Kunci Jawaban

TIM JEPEDUCATION

JP BOOKS
PT. JEPE PRESS MEDIA UTAMA

incer
indonesia.cerdas

Modul Pendamping Bahan Ajar

Untuk
SMP/MTs

Kelas **IX**

Matematika

I. Pilihan ganda

1.	d	6.	a	11.	c	16.	b	21.	b	26.	b	31.	a	36.	a	41.	c	46.	a
2.	b	7.	c	12.	d	17.	b	22.	c	27.	c	32.	c	37.	a	42.	c	47.	c
3.	c	8.	d	13.	a	18.	c	23.	d	28.	b	33.	d	38.	a	43.	d	48.	d
4.	b	9.	a	14.	d	19.	c	24.	a	29.	d	34.	c	39.	d	44.	b	49.	d
5.	d	10.	c	15.	d	20.	a	25.	b	30.	b	35.	c	40.	b	45.	b	50.	c

II. Isian

1. 7.533
2. $\frac{2}{7}$
3. $\frac{2}{3}a^5bc^6$
4. 100
5. $3 \times 7^{-}$
6. $10x^{11}$
7. $m^{1\frac{1}{2}}$
8. 3^5
9. 2
10. 2
11. 2 atau 3
12. $0{,}98 \times 10^4$; $5{,}2 \times 10^3$; 7; 1; 0,89; 0,0045
13. $0{,}75 \times 10^{-3}$; $1{,}75 \times 10^{-2}$; $1{,}00 \times 10^{-3}$; $0{,}00025 \times 10^2$; $0{,}0015 \times 10^2$
14. 19
15. 1
16. 6
17. –3
18. $\frac{a\left(b - \sqrt{c}\right)}{b^2 - c}$
19. 1
20. $\frac{3}{2}y^4$

III. Uraian

1. Kita kerjakan dari dalam terlebih dahulu untuk lebih mudah menguraikan soal.

$$\left(\frac{3-x}{x+1}\right)^{-1} = \frac{x+1}{3-x}$$

$$\left(1+\frac{x+1}{3-x}\right)^{-1} = \left(\frac{(3-x)+(x+1)}{3-x}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{3-x}\right)^{-1}$$

$$\left(\frac{4}{3-x}\right)^{-1} = \frac{3-x}{4}$$

$$\left(1+\frac{3-x}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{4+3-x}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{7-x}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{7-x}$$

Jadi $\left\{1+\left[1+\left(\frac{3-x}{x+1}\right)^{-1}\right]^{-1}\right\}^{-1} = \frac{4}{7-x}$

2. Mencari nilai x dari $\frac{1}{27^{3x-7}} = 3\sqrt{3^{2-2x}}$.

$$\frac{1}{27^{3x-7}} = 3\sqrt{3^{2-2x}}$$

$$\frac{1}{\left(3^3\right)^{3x-7}} = 3 \times \left(3^{2-2x}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{3^{9x-21}} = 3 \times 3^{1-x}$$

$$\cancel{3}^{-(9x-21)} = \cancel{3}^{1+(1-x)}$$

$$-(9x-21) = 1+(1-x)$$

$$-9x+21 = 2-x$$

$$-9x+x = 2-21$$

$$-8x = -19$$

$$x = 2\frac{3}{8}$$

3. Menyederhanakan $\sqrt{\left(\frac{27a^{-5}b^{-3}}{3^5a^{-7}b^{-5}}\right)^{-1}}$.

$$\sqrt{\left(\frac{27a^{-5}b^{-3}}{3^5a^{-7}b^{-5}}\right)^{-1}} = \sqrt{\left(\frac{27^{-1}a^5b^3}{3^{-5}a^7b^5}\right)}$$

$$= \left(\frac{27^{-1}a^5b^3}{3^{-5}a^7b^5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{3^5a^5b^3}{27^1a^7b^5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{3^5a^5b^3}{3^{3(1)}a^7b^5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{3^5a^5b^3}{3^3a^7b^5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(3^{5-3}a^{5-7}b^{3-5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(3^2a^{-2}b^{-2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 3^{2\times\frac{1}{2}}a^{-2\times\frac{1}{2}}b^{-2\times\frac{1}{2}}$$

$$= 3a^{-1}b^{-1}$$

$$= \frac{3}{ab}$$

4. Panjang sisi persegi $\left(\frac{1}{\sqrt{3}+1}\right)$.

$$L = sisi \times sisi$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}+1} \times \frac{1}{\sqrt{3}+1}$$

$$= \frac{1}{3+2\sqrt{3}+1}$$

$$= \frac{1}{4+2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{4+2\sqrt{3}} \times \frac{4-2\sqrt{3}}{4-2\sqrt{3}}$$
$$= \frac{4-2\sqrt{3}}{16-12}$$
$$= \frac{4-2\sqrt{3}}{4}$$
$$= 1-\frac{1}{2}\sqrt{3}$$

jadi luas persegi adalah : $1-\frac{1}{2}\sqrt{3}$

5. Hasil dari $\frac{4^{2x-3} \times 2^{x-3}}{4 \times 2^{2-x}}$.

$$\frac{4^{2x-3} \times 2^{x-3}}{4 \times 2^{2-x}} = \frac{2^{2(2x-3)} \times 2^{x-3}}{2^2 \times 2^{2-x}}$$
$$= \frac{2^{4x-6} \times 2^{x-3}}{2^{2+2-x}}$$
$$= \frac{2^{4x-6+x-3}}{2^{2+2-x}}$$
$$= \frac{2^{5x-9}}{2^{4-x}}$$
$$= 2^{(5x-9)-(4-x)}$$
$$= 2^{5x-9-4+x}$$
$$= 2^{6x-13}$$

6. Misalkan:

$a^p = m$

$a^q = n$

$$\frac{1}{1+a^{p-q}} + \frac{1}{1+a^{q-p}} = \frac{1}{1+\frac{a^p}{a^q}} + \frac{1}{1+\frac{a^q}{a^p}}$$
$$= \frac{1}{1+\frac{m}{n}} + \frac{1}{1+\frac{n}{m}}$$
$$= \frac{1}{\frac{n+m}{n}} + \frac{1}{\frac{m+n}{m}}$$
$$= \frac{n}{n+m} + \frac{m}{m+n}$$
$$= \frac{n+m}{n+m}$$
$$= 1$$

Jadi $\frac{1}{1+a^{p-q}} + \frac{1}{1+a^{q-p}} = 1$

7. Perputaran uang tiap menit adalah *Rp81.000.000*

$Rp81.000.000 = Rp81 \times 10^6$

Jadi, perputaran uang tiap jam sebesar

$$Rp81 \times 10^6 \times 60 = Rp81 \times 10^6 \times 3 \times 4 \times 5$$
$$= Rp3^4 \times 10^6 \times 3 \times 2^2 \times 5$$
$$= Rp2^2 \times 3^5 \times 5 \times 10^6$$

Jumlah transaksi Senin – Jum,at: $12 \times 5 = 60$.
Jumlah transaksi Sabtu – Minggu: $18 \times 2 = 36$.
Jumlah transaksi selama satu minggu:

$$60 + 36 = 96$$
$$= 32 \times 3$$
$$= 2^5 \times 3$$

Perputaran uang selama satu minggu:

$$Rp2^2 \times 3^5 \times 5 \times 10^6 \times \left(2^5 \times 3\right) = Rp2^7 \times 3^6 \times 5 \times 10^6$$

8. Nilai dari $\frac{5^{2-n} - (0,2)^n}{5^{1-n} + (0,2)^n}$.

$$\frac{5^{2-n} - (0,2)^n}{5^{1-n} + (0,2)^n} = \frac{\frac{5^2}{5^n} - \left(\frac{1}{5}\right)^n}{\frac{5}{5^n} + \left(\frac{1}{5}\right)^n}$$
$$= \frac{\frac{5^2}{5^n} - \frac{1}{5^n}}{\frac{5}{5^n} + \frac{1}{5^n}}$$
$$= \frac{\frac{5^2-1}{5^n}}{\frac{5+1}{5^n}}$$
$$= \frac{5^2-1}{5^n} \times \frac{5^n}{5+1}$$
$$= \frac{25-1}{6}$$
$$= \frac{24}{6}$$
$$= 4$$

9. Misalkan: $P^3 = \left(\sqrt[3]{16\sqrt[3]{16\sqrt[3]{16\sqrt[3]{16\sqrt[3]{16\sqrt[3]{16\sqrt[3]{16}}}}}}\ ...}\right)^3$

$$P^3 = 16P$$
$$P^2 = 16$$
$$P = \sqrt{16}$$
$$P = \pm 4$$

Jadi nilai $\sqrt[3]{16\sqrt[3]{16\sqrt[3]{16\sqrt[3]{16\sqrt[3]{16\sqrt[3]{16\sqrt[3]{16}}}}}}\ ...} = \pm 4$.

10. Mencari nilai *p* dari $\sqrt[3]{3^{(p+3)}} = \frac{1}{81\sqrt{27^{(2-2p)}}}$

$$\sqrt[3]{3^{(p+3)}} = \frac{1}{81\sqrt{27^{(2-2p)}}}$$
$$\left(3^{(p+3)}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3^4\sqrt{3^{3(2-2p)}}}$$
$$\left(3^{(p+3)}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3^4\sqrt{3^{6-6p}}}$$
$$\left(3^{(p+3)}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3^4\left(3^{6-6p}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\left(3^{(p+3)}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3^4\left(3^{3-3p}\right)}$$

$$\left(3^{(p+3)}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3^{4+3-3p}}$$

$$\left(3^{(p+3)}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3^{7-3p}}$$

$$\cancel{3}^{\frac{1}{3}p+1} = \cancel{3}^{-7+3p}$$

$$\frac{1}{3}p + 1 = -7 + 3p$$

$$\frac{1}{3}p - 3p = -7 - 1$$

$$\frac{p - 9p}{3} = -8$$

$$\frac{-8p}{3} = -8$$

$$-8p = -24$$

$$p = 3$$

jadi nilai $p = 3$

11. Hasil dari $\dfrac{\left(2^{2n+2}\right)^3 - 4 \times 8^{2n}}{4^n \times 2^{4n+2}}$.

$$\frac{\left(2^{2n+2}\right)^3 - 4 \times 8^{2n}}{4^n \times 2^{4n+2}} = \frac{2^{6n+6} - 2^2 \times 2^{3(2n)}}{2^{2n} \times 2^{4n+2}}$$

$$= \frac{\left(2^{6n+2} \times 2^4\right) - \left(2^2 \times 2^{6n}\right)}{2^{6n+2}}$$

$$\frac{\left(2^{6n+2} \times 2^4\right) - \left(2^{6n+2}\right)}{2^{6n+2}}$$

$$= \left(1 \times 2^4\right) - (1)$$

$$= 2^4 - 1$$

$$= 16 - 1$$

$$= 15$$

12. Diketahui:

$m = 4 + 2\sqrt{3}$

$n = 4 - 2\sqrt{3}$

$$m^2 + n^2 = \left(4 + 2\sqrt{3}\right)^2 + \left(4 - 2\sqrt{3}\right)^2$$

$$= \left(16 + 16\sqrt{3} + 12\right) + (16 - 12)$$

$$= \left(28 + 16\sqrt{3}\right) + (4)$$

$$= 32 + 16\sqrt{3}$$

13. Hasil dari $\sqrt{8^{\frac{2}{3}}} + 3\sqrt{6} + \sqrt{24}$

$$\sqrt{8^{\frac{2}{3}}} + 3\sqrt{6} + \sqrt{24} = \sqrt{2^{3\left(\frac{2}{3}\right)}} + 3\sqrt{6} + \sqrt{4 \times 6}$$

$$= \sqrt{2^2} + 3\sqrt{6} + 2\sqrt{6}$$

$$= \sqrt{4} + 5\sqrt{6}$$

$$= 2 + 5\sqrt{6}$$

14. Hasil dari $\dfrac{2\sqrt{5} - \sqrt{125}}{\sqrt{48} - \sqrt{12} + \sqrt{27}}$

$$\frac{2\sqrt{5} - \sqrt{125}}{\sqrt{48} - \sqrt{12} + \sqrt{27}} = \frac{2\sqrt{5} - \sqrt{25 \times 5}}{\sqrt{16 \times 3} - \sqrt{4 \times 3} + \sqrt{9 \times 3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{5} - 5\sqrt{5}}{4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}$$

$$= \frac{-3\sqrt{5}}{5\sqrt{3}}$$

$$= -\frac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{3}}$$

15. Hasil dari $\dfrac{\sqrt{8} \times \sqrt{18}}{2\sqrt{8} \times \sqrt{3}}$.

$$\frac{\sqrt{8} \times \sqrt{18}}{2\sqrt{8} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{4 \times 2} \times \sqrt{9 \times 2}}{2\sqrt{4 \times 2} \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}}{2 \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{12}{4\sqrt{2} \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{12}{4\sqrt{6}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{6}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$$

$$= \frac{3}{6}\sqrt{6}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{6}$$

I. Pilihan ganda

1. c	6. c	11. d	16. b	21. b	26. b	31. b	36. d	41. b	46. a
2. c	7. b	12. a	17. a	22. b	27. b	32. c	37. b	42. c	47. a
3. d	8. d	13. b	18. d	23. d	28. c	33. c	38. d	43. a	48. c
4. a	9. b	14. a	19. c	24. d	29. c	34. a	39. a	44. b	49. a
5. d	10. c	15. c	20. b	25. a	30. d	35. d	40. a	45. d	50. d

II. Isian

1. 12
2. 1
3. (2,0)
4. 6
5. 1
6. $x = -4$ atau $x = \frac{1}{3}$
7. $x^2 - 6x + 1 = 0$
8. $2\frac{1}{4}$
9. $x^2 - 55x + 9 = 0$
10. $x^2 - 10x + 13 = 0$
11. $(1{,}9)$
12. 222 m^2
13. $f(x) = 2x^2 - 12x + 16$
14. $y = x^2 - 4x + 3$
15. 10
16. $\{x \mid -13 \le x \le -3, x \in \mathbb{R}\}$
17. –4
18. 2
19. –81
20. (-5,0) dan (1,0)

III. Uraian

1. Diketahui:

$f(x) = ax^2 + bx + 7$

$f(x) = 15$ (nilai maksimum)

$x = -2$

Ditanyakan:

Nilai a dan b?

Jawab:

$$x = -\frac{b}{2a}$$
$$-2 = -\frac{b}{2a}$$
$$-4a = -b$$
$$4a = b$$
$$b = 4a \text{ ... (i)}$$
$$f(x) = 15$$
$$f(-2) = 15$$
$$a(-2)^2 + b(-2) + 7 = 15$$
$$4a - 2b + 7 = 15$$
$$4a - 2b = 15 - 7$$
$$4a - 2b = 8 \text{ ... (ii)}$$

Substitusi persamaan (i) ke persamaan (ii)

$$4a - 2b = 8$$
$$4a - 2(4a) = 8$$
$$4a - 8a = 8$$
$$-4a = 8$$
$$a = -2$$
$$b = 4a$$
$$b = 4(-2)$$
$$b = -8$$

Jadi, nilai a = -2 dan b = -8

2.
$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$
$$= -\frac{q}{p}$$
$$x_1.x_2 = \frac{c}{a}$$
$$= \frac{(q-1)}{p}$$
$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2$$
$$10 = \left(-\frac{q}{p}\right)^2 - 2\frac{(q-1)}{p}$$
$$10 = \frac{q^2}{p^2} - \frac{2q}{p} + \frac{2}{p}$$
$$10p^2 = q^2 - 2pq + 2p$$
$$10p^2 - 2p = q^2 - 2pq$$
$$p(10p - 2) = q(q - 2p)$$
$$\frac{q}{p} = \frac{(10p-2)}{(q-2p)}$$

3. Diketahui:

$$x^2 - 4x - c - \sqrt{8x^2 - 32x - 8c} = 0$$

Jawab:

$$x^2 - 4x - c - \sqrt{8x^2 - 32x - 8c} = 0$$
$$x^2 - 4x - c = \sqrt{8x^2 - 32x - 8c}$$
$$(x^2 - 4x - c)^2 = \left(\sqrt{8x^2 - 32x - 8c}\right)^2$$
$$(x^2 - 4x - c)^2 = 8x^2 - 32x - 8c$$

$$(x^2-4x-c)^2-8x^2+32x+8c=0$$
$$(x^2-4x-c)^2-8(x^2+4x+c)=0$$

Misalkan $(x^2-4x-c)=a$ sehingga

$$(x^2-4x-c)^2-8(x^2+4x+c)=0$$
$$a^2-8a=0$$
$$a(a-8)=0$$
$$a=0 \text{ atau } a=8$$

Karena $(x^2-4x-c)=a$, maka

$$a=0$$
$$(x^2-4x-c)=0$$
$$D\geq 0$$
$$b^2-4ac\geq 0$$
$$(-4)^2-4.1.(-c)\geq 0$$
$$16+4c\geq 0$$
$$4c\geq -16$$
$$c\geq \frac{-16}{4}$$
$$c\geq -4$$
$$a=8$$
$$(x^2-4x-c)=8$$
$$(x^2-4x-c-8)=0$$
$$D\geq 0$$
$$b^2-4ac\geq 0$$
$$(-4)^2-4.1.(-c-8)\geq 0$$
$$16-4(-c-8)\geq 0$$
$$16+4c+32\geq 0$$
$$48+4c\geq 0$$
$$4c\geq -48$$
$$c\geq \frac{-48}{4}$$
$$c\geq -12$$

Jadi, semua nilai c adalah nilai yang terletak di $c\geq -4$ atau $c\geq -12$.

4. Persamaan kuadrat baru

$$x^2-\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}\right)x+\left(\frac{1}{x_1}.\frac{1}{x_2}\right)=0$$
$$x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}=0$$
$$3x^2-4x+1=0$$

5. Misalkan:
Bilangan ganjil yang berurutan adalah A dan B, maka bisa dituliskan dengan
$A=(2x+1)$ dan $B=(2x+3)$

$$A^2+B^2=130$$
$$(2x+1)^2+(2x+3)^2=130$$
$$(4x^2+4x+1)+(4x^2+12x+9)=130$$
$$8x^2+16x+10=130$$
$$8x^2+16x-120=0$$
$$x^2+2x-15=0$$
$$(x+5)(x-3)=0$$

sehingga diperoleh x = -5 atau x = 3
Untuk x = -5, nila A dan B adalah

$$A=2x+1 \qquad B=2x+3$$
$$=2(-5)+1 \qquad =2(-5)+3$$
$$=-10+1 \qquad =-10+3$$
$$=-9 \qquad =-7$$

Jumlah kuadrat kedua bilangan

$$A^2+B^2=(-9)^2+(-7)^2$$
$$=81+49$$
$$=130$$

Untuk x = 3, nila A dan B adalah

$$A=2x+1 \qquad B=2x+3$$
$$=2(3)+1 \qquad =2(3)+3$$
$$=6+1 \qquad =6+3$$
$$=7 \qquad =9$$

Jumlah kudrat kedua bilangan

$$A^2+B^2=(7)^2+(9)^2$$
$$=49+81$$
$$=130$$

Jadi, dua bilangan tersebut adalah –7 dan –9 atau 7 dan 9.

6. Misalkan bilangan ganjil berurutan yang dimaksud adalah *A, B, dan C*. maka bisa kita tuliskan :

$$A=(2x+1)$$
$$B=(2x+3)$$
$$C=(2x+5)$$

$$A^2+B^2+C^2=11$$
$$(2x+1)^2+(2x+3)^2+(2x+5)^2=11$$
$$(4x^2+4x+1)+(4x^2+12x+9)+(4x^2+20x+25)=11$$
$$12x^2+36x+35=11$$
$$12x^2+36x+24=0$$
$$x^2+3x+2=0$$
$$(x+2)(x+1)=0$$

sehingga diperoleh x = -2 atau x = -1
Untuk x = -2, diperoleh

$$A=2x+1 \qquad B=2x+3$$
$$=2(-2)+1 \qquad =2(-2)+$$
$$=-4+1 \qquad =-4+3$$
$$=-3 \qquad =-1$$

$$C = 2x + 5$$
$$= 2(-2) + 5$$
$$= -4 + 5$$
$$= 1$$
$$A \times B \times C = (-3) \times (-1) \times (1)$$

Untuk x = -1

$$A = 2x + 1 \qquad B = 2x + 3$$
$$= 2(-1) + 1 \qquad = 2(-1) + 3$$
$$= -2 + 1 \qquad = -2 + 3$$
$$= -1 \qquad = 1$$

$$C = 2x + 5$$
$$= 2(-1) + 5$$
$$= -2 + 5$$
$$= 3$$
$$A \times B \times C = (-1) \times (1) \times (3)$$
$$= -3$$

Jadi, hasil perkalian ketiga bilangan tersebut adalah –3 atau 3.

7. Diketahui:

$$y = 2x^2 + px + \frac{5}{4}p + 12$$

Syarat agar sumbu-*x* memotong di dua titik berbeda sebelah kanan sumbu-*y* adalah *D > 0* dan *ab > 0.*

$$D > 0$$
$$b^2 - 4ac > 0$$
$$p^2 - 4.2\left(\frac{5}{4}p + 12\right) > 0$$
$$p^2 - 8\left(\frac{5}{4}p + 12\right) > 0$$
$$p^2 - 10p - 96 > 0$$
$$(p + 6)(p - 16) > 0$$

sehingga diperoleh $p < -6$ atau $p > 16$

$ab > 0$

$2p > 0$

$p > 0$

Jadi, dari kedua syarat tersebut dapat disimpulkan bahwa batas nilai *p* adalah *p > 16.*

8. Diketahui:

$f(x) = x^2$

$f(x) = x^2 - 8x + 14$

Ditanyakan:
- Ke arah manakah fungsi $f(x) = x^2$ harus digeser untuk memperoleh fungsi $f(x) = x^2 - 8x + 14$?
- Gambarkan pergeseran grafik!

Jawab:

Fungsi $f(x) = x^2$ memiliki nilai:

a > 0 sehingga parabola terbuka ke atas

b = 0 sehingga titik balik berada pada sumbu-*y*

c = 0 sehingga grafik melalui (0,0)

Fungsi $f(x) = x^2 - 8x + 14$ memiliki nilai:

a > 0 sehingga parabola terbuka ke atas

b = -8, maka *a.b* < 0 sehingga titik balik berada di kanan sumbu-*y*

c = 14 > 0 sehingga grafik memptpng sumbu-*y* di atas sumbu-*x*

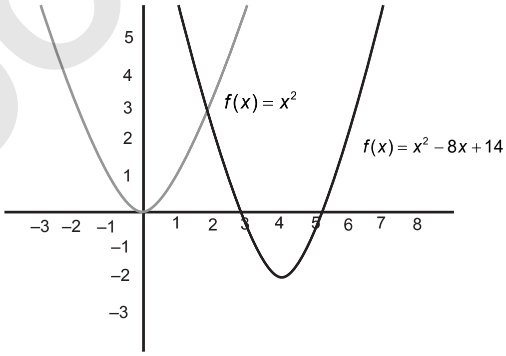
Menenggambar grafik $f(x) = x^2 - 8x + 14$
- Sumbu simetri

$$x = -\frac{b}{2a}$$
$$= -\frac{(-8)}{2}$$
$$= 4$$

- Nilai optimum

$$f(x) = f(4)$$
$$= 4^2 - 8.4 + 14$$
$$= 16 - 32 + 14$$
$$= -2$$

- Titik puncak/titik balik (4,-2)



Jadi, grafik harus digeser ke arah kanan 4 satuan dan 2 satuan ke bawah.

9. Diketahui:

$f(x) = x^2 - 6x + 9$

Ditanyakan:

Gambarkan grafiknya.

Jawab:
- *a* > 0, maka grafik/parabola terbuka ke atas
- Menentukan nilai *D*

$$D = b^2 - 4ac$$
$$= (-6)^2 - 4.1.9$$
$$= 36 - 36$$
$$= 0$$

Nilai *D* = 0, maka grafik menyinggung sumbu-*x*.
- Menentukan titik potong terhadap sumbu-x (nilai y = 0)

$$f(x) = x^2 - 6x + 9$$
$$0 = x^2 - 6x + 9$$
$$0 = (x-3)(x-3)$$

Diperoleh titik potong terhadap sumbu-x (3,0).

- Menentukan titik potong terhadap sumbu-y (nilai x = 0)

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 6x + 9 \\ &= 0^2 - 6.0 + 9 \\ &= 9 \end{aligned}$$

Diperoleh titik potong terhadap sumbu-y (0,9).

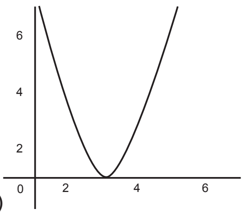
- Sumbu simetri

$$\begin{aligned} x &= -\frac{b}{2a} \\ &= -\frac{(-6)}{2} \\ &= 3 \end{aligned}$$

- Nilai optimum

$$\begin{aligned} f(x) &= f(3) \\ &= 3^2 - 6.3 + 9 \\ &= 9 - 18 + 9 \\ &= 0 \end{aligned}$$

- Titik puncak/titik balik



(3,0)

10. Diketahui:

$$\frac{2}{5}x^2 - x + \frac{3}{5} = 0$$

Ditanyakan:
Himpunan penyelesaian?
Jawab:

$$\frac{2}{5}x^2 - x + \frac{3}{5} = 0$$
$$\frac{2}{5}\frac{5}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{5}\frac{5}{2} = 0$$
$$x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$
$$x^2 - \frac{5}{2}x + \left(\frac{5}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \left(\frac{5}{4}\right)^2$$
$$\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \frac{25}{16}$$
$$\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = -\frac{24}{16} + \frac{25}{16}$$
$$\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$
$$\left(x - \frac{5}{4}\right) = \pm\frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} x - \frac{5}{4} &= \frac{1}{4} \\ x &= \frac{1}{4} + \frac{5}{4} \\ &= \frac{6}{4} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - \frac{5}{4} &= -\frac{1}{4} \\ x &= -\frac{1}{4} + \frac{5}{4} \\ &= \frac{4}{4} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\left\{1, \frac{3}{2}\right\}$.

11. Diketahui:

$$(a^2 - 3a + 2)x^2 - 2(a^2 - 5a + 6)x + (a^2 - 2a - 3) = 0$$

Ditanya:
Nilai a ?
Jawab:
Persamaan kuadrat selalu bernilai positif jika $a > 0$ dan $D < 0$.

- $a > 0$, maka

$$a^2 - 3a + 2 > 0$$
$$(a-2)(a-1) > 0$$

sehingga $a < 1$ atau $a > 2$

- $D < 0$, maka

$$b^2 - 4ac < 0$$
$$\left(2(a^2 - 5a + 6)\right)^2 - 4(a^2 - 3a + 6)(a^2 - 2a - 3) < 0$$
$$4(a-3)^2(a-2)^2 - 4(a-2)(a-1)(a-3)(a+1) < 0$$
$$(a-3)(a-2) - (a-1)(a+1) < 0 \quad \text{(bagi dengan } (a-3)(a-2))$$
$$a^2 - 5a + 6 - (a^2 - 1) < 0$$
$$a^2 - 5a + 6 - a^2 + 1 < 0$$
$$-5a + 7 < 0$$
$$-5a < -7$$
$$a > \frac{7}{5}$$

Dari kedua syarat tersebut, diperoleh irisannya yaitu $a > 2$.

12. Diketahui:
Titik (1,-3)
Titik terendah sama dengan puncak grafik $f(x) = x^2 - 4x + 3$.
Ditanyakan:
Fungsi kuadrat.
Jawab:
Mencari titik puncak dari fungsi $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

- Sumbu simetri

$$\begin{aligned} x &= -\frac{b}{2a} \\ &= -\frac{(-4)}{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

- Nilai optimum

$$f(2) = 2^2 - 4.2 + 3$$
$$= 4 - 8 + 3$$
$$= -1$$

sehingga titik puncak garfik fungsi tersebut adalah (2,-1)

Mencari fungsi kuadrat yang puncaknya (2,-1) dan melalu titilk (1,-3)

$$y = a\left(x - x_p\right)^2 + y_p$$
$$y = a(x-2)^2 - 1$$

Substitusi titik (1,3) ke persamaan untuk memperoleh nilai *a.*

$$y = a\left(x-2\right)^2 - 1$$
$$-3 = a(1-2)^2 - 1$$
$$-3 = a - 1$$
$$-3 + 1 = a$$
$$-2 = a$$

Substitusi *a* ke persamaan awal

$$y = a\left(x-2\right)^2 - 1$$
$$y = -2\left(x-2\right)^2 - 1$$
$$= -2\left(x^2 - 4x + 4\right) - 1$$
$$= -2x^2 + 8x - 8 - 1$$
$$= -2x^2 + 8x - 9$$

Jadi, persamaan kuadrat yang puncaknya (2,-1) dan melalu titilk (1,-3) adalah $y = -2x^2 + 8x - 9$.

13. nilai m yang memenuhi adalah $m < -2 - 4\sqrt{2}$ atau $m > -2 + 4\sqrt{2}$.

14. Diketahui:
Panjang *ABCD* = 20 cm
Lebar *ABCD* = 16 cm
Papan triplek (*ABCD)* akan dipotong ujung-ujungnya.
Ditanyakan:
Luas maksimum persegi panjang hasil potongan *(PQRS)*?
Jawab:

$$L_{PQRS} = L_{ABCD} - \left(L_{segitiga}\right)$$
$$= \left(20 \times 16\right) - 2\left(\frac{1}{2}x\left(16 - x\right)\right) - 2\left(\frac{1}{2}x\left(20 - x\right)\right)$$
$$= 320 - \left(16x - x^2\right) - \left(20x - x^2\right)$$
$$= 320 - 16x + x^2 - 20x + x^2$$
$$= 2x^2 - 36x + 320$$

Mencari nilai *x* atau sumbu simetri.

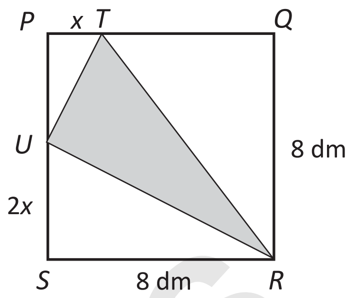
$$x = -\frac{b}{2a}$$
$$= -\frac{(-36)}{4}$$
$$= 9$$

Mencari nilai optimum.

$$f(x) = 2x^2 - 36x + 320$$
$$f(9) = 2(9^2) - 36.9 + 320$$
$$= 162 - 324 + 320$$
$$= 158$$

Jadi, luas maksimum persegi panjang hasil potongan *(PQRS)* adalah 158 cm².

15. Diketahui:



Ditanya:
Luas minimum segitiga yang diarsir

$$L_{UTR} = L_{PQRS} - L_{QTR} - L_{PUT} - L_{SUR}$$
$$= 64 - \left(\frac{1}{\cancel{2}} \times \cancelto{4}{8} \times (8-x)\right) - \left(\frac{1}{2} \times (x) \times (8-2x)\right) - \left(\frac{1}{\cancel{2}} \times \cancelto{4}{8} \times (2x)\right)$$
$$= 64 - (32 - 4x) - (4x - x^2) - 8x$$
$$= 64 - 32 + 4x - 4x + x^2 - 8x$$
$$= x^2 - 8x + 32$$

Mencari nilai *x* atau sumbu simetri.

$$x = -\frac{b}{2a}$$
$$= -\frac{(-8)}{2}$$
$$= 4$$

Mencari nilai optimum.

$$f(x) = x^2 - 8x + 32$$
$$f(4) = 4^2 - 8.4 + 32$$
$$= 16 - 32 + 32$$
$$= 16$$

Jadi, luas minimum segitiga yang diarsir adalah 16 dm².

I. Pilihan ganda

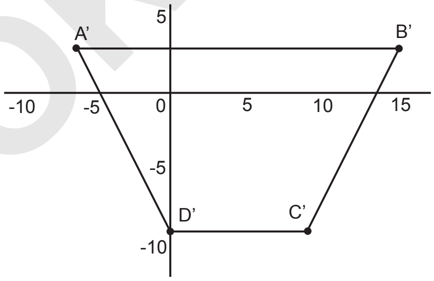
1.	d	6.	c	11.	d	16.	b	21.	b	26.	d	31.	b	36.	d	41.	b	46.	b
2.	d	7.	a	12.	d	17.	d	22.	c	27.	a	32.	d	37.	c	42.	d	47.	d
3.	a	8.	b	13.	c	18.	c	23.	d	28.	d	33.	b	38.	c	43.	d	48.	b
4.	c	9.	b	14.	a	19.	a	24.	a	29.	c	34.	c	39.	c	44.	c	49.	a
5.	b	10.	a	15.	a	20.	a	25.	d	30.	a	35.	c	40.	a	45.	c	50.	a

II. Isian

1. $5y - 2x = 13$
2. P'(–2,2), Q'(2,3), R'(4,–1), S'(0,–2)
3. A'(14,9), B'(18,–10), C'(21,5), D(17,4)
4. 32 satuan luas
5. 8
6. $y = x^2 - 2x + 1$
7. $y = -x^2 - 12x - 38$
8. $x = 3y - 2y^2 + 1$
9. $B(-5,6)$
10. 8
11. $5x + 4y - 8 = 0$
12. A'(3,–15), B'(3,–8), C'(–1,–6), D'(–1,–13)
13. $x = 2y + 16$
14. $y = -2x + 20$
15. $4y = x^2 + 4x + 9$
16. $x = -2y^2 + 37y - 173$
17. 0
18. 14
19. $A(2,3); B\left(\frac{11}{4}, \frac{13}{4}\right); C\left(\frac{9}{4}, \frac{6}{4}\right)$
20. 1

III. Uraian

1. Misal:
   titik A adalah (x,y).
   M_x kemudian $M_{y+x=0}$: Titik A dicerminkan terhadap sumbu-x dilanjutkan pencerminan terhadap garis y = –x.
   Maka : $(x,y) \xrightarrow{M_x} (x,-y) \xrightarrow{M_{y=-x}} (y,-x)$
   Jadi $A' = (y,-x)$
2. Titik-titik (–2,–1), (5,–1), (3,3) dan (0,3)
   Kita bisa sebut masing-masing berurutan dengan titik A, B, C dan D.
   $(x,y) \to M_x \to (x,-y) \to\to D_{[(0,0),3]} \to (3x,-3y)$
   Titik A(–2,–1) mengalami transformasi menjadi A'(3x, –3y) = A' (–6,3)
   Ttitik B(5,–1) mengalami transformasi menjadi B' (3x, –3y) = B' (15,3)
   Titik C(3,3) mengalami transformasi menjadi C' (3x, –3y) = C' (9,–9)
   Titik D(0,3) mengalami transformasi menjadi D' (3x, –3y) = D' (0,–9)
   Dari titik-titik tersebut terbentuk sebuah bidang bangun sebagai berikut



   Luas bidang yang terbentuk adalah

$$L = \frac{1}{2}(\text{jumlah sisi sejajar}) \times t$$
$$= \frac{1}{2}(21 + 9) \times 12$$
$$= \frac{1}{2}(30) \times 12$$
$$= 180 \text{ satuan luas}$$

3. Titik-titik : $P(-5,-2)$, $Q(4,1)$ $R(-2,5)$
   Translasi : (1,–3)
   Rotasi : R(O,–90)
   Ditanya : Garis bayangan terpanjang?

$$P(-5,-2) \to T_{(1,-3)} = P'(-4,-5) \to R(O,-90^0) = P''(-5,4)$$
$$Q(4,1) \to T_{(1,-3)} = Q'(5,-2) \to Q(O,-90^0) = Q''(-2,-5)$$
$$R(-2,5) \to T_{(1,-3)} = R'(-1,2) \to R(O,-90^0) = R''(2,1)$$

$$P"Q" = \sqrt{\left(-2-(-5)\right)^2 + \left((-5-4)\right)^2}$$
$$= \sqrt{9+81}$$
$$= \sqrt{90}$$

$$P"R" = \sqrt{\left(2-(-5)\right)^2 + \left((1-4)\right)^2}$$
$$= \sqrt{49+9}$$
$$= \sqrt{58}$$

$$Q"R" = \sqrt{\left(2-(-2)\right)^2 + \left(1-(-5)\right)^2}$$
$$= \sqrt{16+36}$$
$$= \sqrt{52}$$

Jadi, garis bayang terpanjang adalah P"Q".

4. Persamaan Lingkaran : $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$

$$(x,y) \rightarrow M_{y=-x} = (-y,-x) \rightarrow R\left(O,180^0\right) = (y,x)$$

Sehingga, (x',y') = (y,x)
y = x' dan x = y'
subtitusikan ke dalam persamaan lingkaran:
$x^2 + y^2 + 4y - 6x - 3 = 0$
Jadi persamaan bayangannya adalah
$x^2 + y^2 + 4y - 6x - 3 = 0$

5. Persamaan Lingkaran : $x^2 + y^2 + 10x - 8y - 24 = 0$

$$(x,y) \rightarrow M_{y=x} = (y,x) \rightarrow R\left(O,90^0\right) =$$
$$= (-x,y) \rightarrow T_{(2,-2)} =$$
$$= (-x+2, y-2)$$

x = –x' + 2 dan y = y'+2
Subtitusikan ke dalam persamaan lingkaran :

$$x^2 + y^2 + 10x - 8y - 24 = 0$$
$$(-x'+2)^2 + (y'+2)^2 + 10(-x'+2) - 8(y'+2) - 24 = 0$$
$$\left((x')^2 - 4x' + 4\right) + \left((y')^2 + 4y' + 4\right) - 10x' + 20 - 8y' - 16 - 24 = 0$$
$$\left(x^2 - 4x + 4\right) + \left(y^2 + 4y + 4\right) - 10x + 20 - 8y - 16 - 24 = 0$$
$$x^2 + y^2 - 4x - 10x + 4y - 8y + 4 + 4 + 20 - 16 - 24 = 0$$
$$x^2 + y^2 - 14x - 4y - 12 = 0$$

Jadi, persamaan bayangannya adalah
$x^2 + y^2 - 14x - 4y - 12 = 0$

6. Persamaan Lingkaran: $x^2 + y^2 - 36x - 14y - 111 = 0$

$$(x,y) \rightarrow M_{(-3,4)} = (-6-x, 8-y) \rightarrow D\left[(2,0), -\frac{1}{2}\right] = \left(\frac{1}{2}x + 6, \frac{1}{2}y - 4\right)$$
$$\rightarrow T_{(-1,3)} = \left(\frac{1}{2}x + 5, \frac{1}{2}y - 1\right)$$

x' = $\dfrac{x+10}{2}$ dan y' = $\dfrac{y-2}{2}$

x = 2x' – 10 dan y = 2y' + 2

subtitusikan ke dalam persamaan:

$$x^2 + y^2 - 12x - 14y - 111 = 0$$
$$(2x'-10)^2 + (2y'+2)^2 - 12(2x'-10) - 14(2y'+2) - 111 = 0$$
$$(2x-10)^2 + (2y+2)^2 - 12(2x-10) - 14(2y+2) - 111 = 0$$
$$\left(4x^2 - 40x + 100\right) + \left(4y^2 + 8y + 4\right) - 24x + 120 - 28y - 28 - 111 = 0$$
$$4x^2 + 4y^2 - 40x - 24x + 8y - 28y + 100 + 4 + 120 - 28 - 111 = 0$$
$$4x^2 + 4y^2 - 64x - 20y + 85 = 0$$

Jadi, persamaan bayangannya adalah
$4x^2 + 4y^2 - 64x - 20y + 85 = 0$

7. nilai A = 12, B = –10, C = 12

8. P(a,–3), Q(–2,b), R(5,c)
Transformasi $T_{(-3,3)} \rightarrow R(O,90^0) \rightarrow D\left[(2,0), \frac{1}{2}\right]$

$$P(a,-3) \rightarrow T_{(-3,3)} = (a-3, 0) \rightarrow R\left(O,90^0\right)$$
$$= (0, a-3) \rightarrow D\left[(2,0), \frac{1}{2}\right]$$
$$= \left(\frac{1}{2}(0-2) + 2, \frac{1}{2}(a-3-0) + 0\right)$$
$$= \left(1, \frac{1}{2}a - \frac{3}{2}\right)$$
$$= P'$$

$$Q(-2,b) \rightarrow T_{(-3,3)} = (-5, b+3) \rightarrow R\left(O,90^0\right)$$
$$= (-b-3, -5) \rightarrow D\left[(2,0), \frac{1}{2}\right]$$
$$= \left(\frac{1}{2}(-b-3-2) + 2, \frac{1}{2}(-5-0) + 0\right)$$
$$= \left(-\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}, -\frac{5}{2}\right)$$
$$= Q'$$

$$R(5,c) \rightarrow T_{(-3,3)} = (2, c+3) \rightarrow R\left(O,90^0\right)$$
$$= (-c-3, 2) \rightarrow D\left[(2,0), \frac{1}{2}\right]$$
$$= \left(\frac{1}{2}(-c-3-2) + 2, \frac{1}{2}(2-0) + 0\right)$$
$$= \left(-\frac{1}{2}c - \frac{1}{2}, 1\right)$$
$$= R'$$

Kita bandingkan titik-titik bayangannya

$$P'(1,-3) = \left(1, \frac{1}{2}a - \frac{3}{2}\right)$$
$$\frac{1}{2}a - \frac{3}{2} = -3$$
$$a = -3$$
$$Q'\left(5, -\frac{5}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}, -\frac{5}{2}\right)$$
$$-\frac{1}{2}b - \frac{1}{2} = 5$$
$$-\frac{1}{2}b = 5 + \frac{1}{2}$$
$$-\frac{1}{2}b = \frac{11}{2}$$
$$b = -11$$

$R'(2,1)=\left(-\frac{1}{2}c-\frac{1}{2},1\right)$

$-\frac{1}{2}c-\frac{1}{2}=2$

$-\frac{1}{2}c=2+\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2}c=\frac{5}{2}$

$c=-5$

Maka nilai 2(b – a) – 3c= 2 (–11–(–3)) – 3(–5) = 2 (–8) +15 = –16 + 15 = –1

9. $P(4,a)$ ditranslasikan T(1, –1) menjadi $P'(4+1,a-1)=P'(5,a-1)$.
$P'(5,a-1)$ dilanjutkan dilatasi pusat [(2,0), 2).

$$P''\left(2(5-2)+2,2(a-1-0)+0\right)=P''\left(2(3)+2,2(a-1)\right)$$
$$=P''(6+2,2a-2)$$
$$=P''(8,2a-2)$$

$P''(8,2a-2)=P''(8,0)$

$2a-2=0$

$2a=2$

$a=1$

$Q(2,b)$ ditranslasikan T(1, –1) menjadi
$Q'(2+1,b-1)=Q'(3,b-1)$.
$Q'(3,b-1)$ dilanjutkan dilatasi pusat [(2,0), 2).

$$Q''\left(2(3-2)+2,2(b-1-0)+0\right)=Q''\left(2(1)+2,2(b-1)\right)$$
$$=Q''(2+2,2b-2)$$

$Q''(4,2b-2)=Q''(4,0)$ $\quad=Q''(4,2b-2)$

$2b-2=0$

$2b=2$

$b=1$

Jadi, a – b = 1 – 1 = 0.

10. Misalkan Titik-titik koordinat $P(a,b)$, $Q(c, d)$, $R(e,f)$
Transformasi $T_{(-1,2)}\to M_{y-x=0}\to D\left[(1,4),2\right]$

$$P(a,b)\to T_{(-1,2)}=\left[(a-1),(b+2)\right]\to M_{y-x=0}$$
$$=\left[(b+2),(a-1)\right]\to D\left[(1,4),2\right]$$
$$=\left(2(b+2-1)+1,2(a-1-4)+4\right)$$
$$=\left[(2b+3),(2a-6)\right]$$
$$=P'$$

$Q'=(2d+3),(2c-6)$

$R'=(2f+3),(2e-6)$

Kita bandingkan titik-titik bayangannya

$P'(-9,-2)=(2b+3),(2a-6)$

$2b+3=-9$

$2b=-12$

$b=-6$

$2a-6=-2$

$2a=4$

$a=2$

Maka titik P(2,–6).

$Q'(7,-8)=Q'(2d+3,2c-6)$

$7=2d+3$

$7-3=2d$

$4=2d$

$d=2$

$-8=2c-6$

$-8+6=2c$

$-2=2c$

$c=-1$

Maka, titik Q(-1,2)

$R'(-3,-4)=R'(2f+3,2e-6)$

$-3=2f+3$

$-3-3=2f$

$-6=2f$

$f=-3$

$-4=2e-6$

$-4+6=2e$

$2=2e$

$e=1$

Maka, titik R(1,-3)

11. Persamaan bayangannya adalah $5x+3y+35=0$
persamaan garisnya adalah

$$4+(ab)+c=4+(5.3)+(-19)$$
$$=4+15-19$$
$$=0$$

12. Garis ax + by + c = 0
Transformasi : $M_{(1,-2)}\to R\left(O,90^0\right)\to T_{(-4,5)}$

$$(x,y)\to M_{(1,-2)}=\left[(2.1-x),(2.-2-y)\right]$$
$$=\left[(2-x),(-4-y)\right]$$
$$\to R(O,90\ )=\left[(4+y),(2-x)\right]$$
$$\to T_{(-4,5)}=\left(y,(7-x)\right)$$
$$(x',y')=\left(y,(7-x)\right)$$

x’ = y
y’ = 7–x
x = 7–y’
Subtitusikan ke persamaan garis ax + by + c = 0
a(7–y’) + bx’+ c = 0
a(7–y) + bx+ c = 0
7a – ay + bx + c = 0
bx – ay + (7a + c) = 0 bandingkan dengan 10x – 3y + 25 = 0
bx = 10x
b = 10

–ay = –3y
a = 3
7a + c = 25
7.3 + c = 25
c = 25 – 21
= 4
maka nilai 2a – b + c = 2.3 – 10 + 4 = 0.

13. Garis ax + by + c = 0
Transformasi : $M_{(y=-x)} \to T_{(-1,2)} \to R\left[(2,-1),270^0\right]$

$$(x,y) \to M_{(y=-x)} = (-y,-x) \to T_{(-1,2)}$$
$$= \left[(-y-1),(-x+2)\right] \to R\left[(2,-1),270^0\right]$$
$$= \left\{\left[(-x+2)-(-1)\right],\left[-(-y-1)-2\right]\right\} + (2,-1)$$
$$= \left[(-x+5),(y-2)\right]$$
$$= (x',y')$$
$$= \left[(-x+5),(y-2)\right]$$

x' = –x + 5
x = –x' + 5
y' = y – 2
y = y' + 2

Subtitusikan ke persamaan garis ax + by + c = 0
a(–x' + 5) + b(y' + 2) + c = 0
–ax' + 5a + by' + 2b + c = 0
–ax + 5a + by + 2b + c = 0
–ax + by + (5a + 2b + c) = 0 bandingkan dengan 5y – 4x + 33 = 0
–ax = –4x
a = 4
by = 5y
b = 5

5a + 2b + c = 33
5.4 + 2.5 + c = 33
20 + 10 + c = 33
c = 33 – 30
c = 3
maka nilai $b^2 - (a^2 + c^2) + 1 = 5^2 - (4^2 + 3^2) + 1 = 25 - (16 + 9) + 1 = 25 - 25 + 1 = 1$

14. Diketahui:
Panjang *ABCD* = 20 cm
Lebar *ABCD* = 16 cm
Papan triplek (*ABCD)* akan dipotong ujung-ujungnya.
Ditanyakan:
Luas maksimum persegi panjang hasil potongan *(PQRS)*?
Jawab:

$$L_{PQRS} = L_{ABCD} - \left(L_{segitiga}\right)$$
$$= (20 \times 16) - 2\left(\frac{1}{2}x(16-x)\right) - 2\left(\frac{1}{2}x(20-x)\right)$$
$$= 320 - \left(16x - x^2\right) - \left(20x - x^2\right)$$
$$= 320 - 16x + x^2 - 20x + x^2$$
$$= 2x^2 - 36x + 320$$

Mencari nilai *x* atau sumbu simetri.

$$x = -\frac{b}{2a}$$
$$= -\frac{(-36)}{4}$$
$$= 9$$

Mencari nilai optimum.

$$f(x) = 2x^2 - 36x + 320$$
$$f(9) = 2(9^2) - 36.9 + 320$$
$$= 162 - 324 + 320$$
$$= 158$$

Jadi, luas maksimum persegi panjang hasil potongan *(PQRS)* adalah 158 cm^2.

15. Persamaan $3x - y - 11 = 0$.
Dicerminkan terhadap garis y = x, dirotasi (O,90^0), ditranslasi sebesar (1,1)

$$(x,y) \to (y,x) \to (-x,y) \to (-x+1,y+1)$$
$$x' = -x + 1$$
$$x = -x' + 1$$
$$y' = y + 1$$
$$y = y' - 1$$

Substitusi x dan y ke $3x - y - 11 = 0$

$$3x - y - 1 = 0$$
$$3(-x'+1) - (y'-1) - 1 = 0$$
$$3(-x+1) - (y-1) - 1 = 0$$
$$-3x + 3 - y + 1 - 1 = 0$$
$$-3x + 3 - y = 0$$
$$-3x - y + 3 = 0$$

Jadi, persamaan bayangan terakhirnya adalah $-3x - y + 3 = 0$.

$$3x - y - 1 = 0$$
$$3(-x'+1) - (y'-1) - 1 = 0$$
$$3(-x+1) - (y-1) - 1 = 0$$
$$-3x + 3 - y + 1 - 1 = 0$$
$$-3x + 3 - y = 0$$
$$-3x - y + 3 = 0$$

Jadi, persamaan bayangan terakhirnya adalah $-3x - y + 3 = 0$

I. Pilihan ganda

1. a	4. d	7. d	10. a	13. c	16. d	19. b	22. c	25. a	28. c
2. a	5. d	8. a	11. a	14. b	17. c	20. d	23. d	26. b	29. b
3. a	6. b	9. b	12. a	15. d	18. a	21. c	24. a	27. c	30. a

II. Isian

1. $1.500\sqrt{2}$
2. –9
3. x = 5
4. $\frac{3}{4}$
5. $9x^2 + 7x + 4 = 0$
6. (2,-1)
7. 3
8. $y = -3x^2 + 46x - 178$
9. 0
10. 0

III. Uraian

1. Diketahui:

$$f(1) = 9$$
$$f(x+1) = 3f(x)$$

Ditanyakan:

f(2018)?

Jawab:

$$\begin{aligned} f(1) &= 9 \\ &= 3^2 \\ f(x+1) &= 3f(x) \\ &= 3.3^2 \\ &= 3^3 \\ f(2018) &= 3f(2017) \\ &= 3.3^{2018} \\ &= 3^{2019} \end{aligned}$$

2. Bentuk sederhana dari $\sqrt{25\sqrt{125\sqrt{3.125}}}$ adalah

$$\begin{aligned} \sqrt{25\sqrt{125\sqrt{3.125}}} &= \sqrt{25\sqrt{25\times 5\sqrt{625\times 5}}} \\ &= \sqrt{25\sqrt{125\left(25\sqrt{5}\right)}} \\ &= \sqrt{25\sqrt{3.125\sqrt{5}}} \\ &= \sqrt{25\sqrt{625\times 5\sqrt{5}}} \\ &= \sqrt{25\times 25\sqrt{5\sqrt{5}}} \\ &= \sqrt{625\sqrt{5\sqrt{5}}} \\ &= 25\sqrt{\sqrt{5\sqrt{5}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 25\left(\left(5\left(5^{\frac{1}{2}}\right)\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} &= 25\left(\left(5^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= 25\left(5^{\frac{3}{8}}\right) \\ &= 5^2 5^{\frac{3}{8}} \\ &= 5^2\sqrt[8]{5^3} \end{aligned}$$

3. Keliling suatu segitiga akan maksimum jika segitiga berbentuk segitiga sama sisi. Karena panjang sisi bilangan bulat dan kelilingnya 14 cm, maka sisi yang paling mungkin mencapai luas maksimum adalah 5, 5, dan 4.
Menggunakan Teorema Heron untuk menghitung luas segitiga

$$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

dimana *s* adalah setengah keliling segitiga

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{2}\times 14 \\ &= 7 \\ L &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{7(7-5)(7-5)(7-4)} \\ &= \sqrt{7(2)(2)(3)} \\ &= \sqrt{84} \\ &= 2\sqrt{21} \end{aligned}$$

Jadi, luas maksimum segitiga tersebut adalah $2\sqrt{21}$ cm^2.

4. $$\begin{aligned} (p^2-3p-11)(q^2-5q-3) &= (4p+7-3p-11)(4p+7-5q-3) \\ &= (p-4)(-q+4) \\ &= -pq+4p+4q-16 \\ &= -pq+4(pq)-16 \\ &= -(-7)+4(-7)-16 \\ &= 7-28-16 \\ &= -37 \end{aligned}$$

5. $$\begin{aligned} (x_1+x_2)^2+(x_1+x_2)+(x_1x_2) &= (-6)^2+(-6)+(-7) \\ &= 36-6-7 \\ &= 23 \end{aligned}$$

6. Diketahui:

Ditanyakan:

$$\left(\frac{1}{1}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{5}\right)^2+\ldots=a$$

Jawab:

$$\left(\frac{1}{1}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{5}\right)^2+\ldots=a$$

$$1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\frac{1}{25}+\ldots=a$$

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\frac{1}{25}+\ldots=a-1$$

$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{36}+\ldots\right)-\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{25}+\ldots\right)=a-1$$

$$\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\ldots\right)-\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{25}+\ldots\right)=a-1$$

Misalkan:

$\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{25}+\ldots\right)=x$, maka

$$\frac{1}{4}a-x=a-1$$

$$\frac{1}{4}a-a+1=x$$

$$\frac{1}{4}a-\frac{4}{4}a+1=x$$

$$-\frac{3}{4}a+1=x$$

Jadi,

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{5}\right)^2+\left(\frac{1}{7}\right)^2+\ldots=\frac{1}{9}+\frac{1}{25}+\ldots$$

$$=x$$

$$=-\frac{3}{4}a+1$$

$$a-1=\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\frac{1}{25}+\frac{1}{36}+\ldots\right)$$

$$a-1=\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{36}+\ldots\right)-\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{25}+\ldots\right)$$

$$a-1=\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\ldots\right)-\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{25}+\ldots\right)$$

$$a-1=\frac{1}{4}a-x$$

$$x=\frac{1}{4}a-a+1$$

$$x=-\frac{3}{4}a+1$$

7. persamaan bayangannya adalah

$x^2+y^2+44x-10y+95=0$

8. Kurva $y=ax^2+bx+c$

Transformasi : $T_{(-4,-3)}\rightarrow R\left(O,-180^0\right)\rightarrow D\left[(3,3),4\right]$

$$(x,y)\rightarrow T_{(-4,-3)}=\left[(x-4),(y-3)\right]\rightarrow R\left(O,-180^0\right)$$

$$=\left[(4-x),(3-y)\right]\rightarrow D\left[(3,3),4\right]$$

$$=\left[\left(4(4-x-3)+3\right),\left(4(3-y-3)+3\right)\right]$$

$$=\left[(7-4x),(-4y+3)\right]$$

$$x'=(7-4x)$$

$$4x=7-x'$$

$$x=\frac{7-x'}{4}$$

$$y'=(-4y+3)$$

$$4y=3-y'$$

$$y=\frac{3-y'}{4}$$

Subtitusikan ke persamaan garis

$$\frac{3-y'}{4}=a\left(\frac{7-x'}{4}\right)^2+b\left(\frac{7-x'}{4}\right)+c$$

$$\frac{3-y'}{4}=\frac{49a-14ax+ax^2}{16}+\frac{7b-bx}{4}+c$$

$$12-4y=49a-14ax+ax^2+28b-4bx+16c$$

$$-4y=49a-14ax+ax^2+28b-4bx+16c-12$$

$$-4y=ax^2-14ax-4bx+49a+28b+16c-12$$

$$-y=\frac{1}{4}ax^2-\frac{(14a+4b)}{4}x+\left(\frac{49a+28b+16c-12}{4}\right)$$

$$y=-\frac{1}{4}ax^2+\frac{(14a+4b)}{4}-\left(\frac{49a+28b+16c-12}{4}\right)$$

Bandingkan dengan $y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+\left(\frac{7}{2}\right)^2=0$

$$-\frac{1}{4}ax^2=-\frac{1}{4}x^2$$

$$a=1$$

$$\frac{(14a+4b)}{4}=\frac{3}{2}$$

$$7a+2b=\frac{3}{2}$$

$$14a+4b=3$$

$$14.1+4b=3$$

$$4b=3-14$$

$$4b=-11$$

$$b=-\frac{11}{4}$$

$$-\left(\frac{49a+28b+16c-12}{4}\right)=\frac{49}{4}$$
$$-49a-28b-16c+12=49$$
$$-49.1-28(-5)-16c+12=49$$
$$-49+140-16c+12=49$$
$$103-16c=49$$
$$103-49=16c$$
$$54=16c$$
$$c=\frac{54}{16}$$
$$=\frac{27}{8}$$

Jadi, persamaan kurva sebelum ditransformasi adalah $y=x^2-\frac{11}{4}x+\frac{27}{8}$.

9. Pertama kita cari dulu titik-titik yang melalui garis *x –2y +3 = 0*.
misal *x = 1,* maka *1 – 2y + 3 = 0, y = 2* titiknya *(1,2)*
misal
x = 3, maka *3 – 2y + 3 = 0, y = 3* titiknya *(3,3)*
Bayangan titik (1,2)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -5 \\ -8 \end{bmatrix}$$

Bayangan titik (3,3)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -6 \\ -9 \end{bmatrix}$$

Persamaan garis yang melalui 2 titik sebarang adalah

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$
$$\frac{y-(-8)}{-9-(-8)}=\frac{x-(-5)}{-6-(-5)}$$
$$\frac{y+8}{-1}=\frac{x+5}{-1}$$
$$y+8=x+5$$
$$y=x-3$$

Jadi, persamaan garis bayangnya adalah *y = x - 3.*

10. Diketahui:
Transformasi *T* terdiri dari pencerminan terhadap garis *y – x = 0,* dilanjutkan pencerminan terhadap sumbu- *x*.
Ditanyakan:
Transformasi bayangan dari titik $P\left(\frac{1}{2}\sqrt{3},-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ jika ditransformasi sebanyak 96 kali.

Jawab:
Pertama kita tentukan dulu matriks T

- Pencerminan terhadap garis *y = x*

$$T_1=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- *Pencerminan* terhadap sumbu *x*

$$T_2=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Maka $T=T_2\circ T_1$

$$=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Transformasi dilakukan sebanyak 96 kali
$MT=T\circ T\circ T\circ T\circ T....\circ T$ sebanyak 96 kali.
$MT=T^{96}$

- Coba kita perhatikan pola matriksnya

$$T=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$
$$T^2=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$
$$T^4=T^2\circ T^2$$
$$=\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ (Matriks Identitas)}$$

$T^4=I$ (Matriks Identitas)

$T^{96}=\left(T^4\right)^{24}=\left(I\right)^{24}=I$ (Sifat matriks identitas)

Maka bayangan titik $\left(\frac{1}{2}\sqrt{3},-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ oleh T^{96} :

$$\left(x',y'\right)=MT\left(\frac{1}{2}\sqrt{3},-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$$
$$=T^{96}.\left(\frac{1}{2}\sqrt{3},-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$$
$$=I.\left(\frac{1}{2}\sqrt{3},-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$$
$$=\left(\frac{1}{2}\sqrt{3},-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$$

Jadi, titik bayangnya adalah $\left(\frac{1}{2}\sqrt{3},-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$.

I. Pilihan ganda

1.	c	6.	b	11.	b	16.	b	21.	c	26.	c	31.	b	36.	b	41.	d	46.	c
2.	a	7.	b	12.	d	17.	b	22.	c	27.	a	32.	c	37.	c	42.	c	47.	d
3.	c	8.	c	13.	b	18.	c	23.	a	28.	b	33.	c	38.	a	43.	c	48.	c
4.	b	9.	d	14.	c	19.	a	24.	a	29.	d	34.	a	39.	b	44.	c	49.	d
5.	a	10.	a	15.	d	20.	c	25.	b	30.	c	35.	b	40.	a	45.	b	50.	c

II. Isian

1. 14 cm
2. 4 cm
3. 130°
4. $3\sqrt{34}$
5. 74°
6. 6 cm^2
7. 72 cm
8. $\frac{4}{3}\sqrt{10}+2$
9. $4\sqrt{5}\text{ cm}^2$
10. 156 cm^2
11. 48 cm^2
12. 11 cm dan 60°
13. 4,5 m
14. 3 cm
15. 12 m
16. 108 cm^2
17. 12
18. $67{,}5^\circ$
19. 6°
20. $2\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)$

III. Uraian

1. luas segitiga *EFG* adalah 192 satuan.
2. Segitiga *BAE* dan *BCD* kongruen sehingga
   BC = *AB* = 12 cm
   BD = *BE* = 13 cm
   AE = CD
   Mencari panjang sisi *CD* yang merupakan lebar dari persegi panjang *ACDE*.

$$\begin{aligned} AE = CD &= \sqrt{BD^2 - BC^2} \\ &= \sqrt{13^2 - 12^2} \\ &= \sqrt{169 - 144} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5\text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas } \triangle BAE &= \frac{1}{2}\times AB \times EA \\ &= \frac{1}{2}\times 12 \times 5 \\ &= 30\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas } \triangle BCD &= \frac{1}{2}\times BC \times CD \\ &= \frac{1}{2}\times 12 \times 5 \\ &= 30\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

   Luas $\triangle BAE$ + Luas $\triangle BCD = 30 + 30 = 60\text{ cm}^2$.
   Luas $ACDE = 24 \times 5 = 120\text{ cm}^2$
   Luas daerah yang diarsir $= 120 - 60 = 60\text{ cm}^2$.
   Jadi, luas daerah yang diarsir adalah 60 cm^2
3. panjang sisi *FE* adalah $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ cm .
4. Karena *ADEN* dan *BDMF* sebuah persegi, maka
   AF = *FD* = *BF* = *BM* = *MD*
   ED = *DA* = *AN* = *NE*
   Karena *F* titik tengah *AD*, maka $AF = \frac{1}{2}AD$
   Sehingga, $FB = \frac{1}{2}DE$ atau $\frac{DE}{FB} = \frac{1}{2}$
   Perhatikan $\triangle CDE \sim \triangle BME$. Dengan menggunakan konsep kesebangunan diperoleh

$$\frac{ED}{EM} = \frac{CD}{BM}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{CD}{BM}$$

$$CD = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3}AF$$

   Sehingga $AF = \frac{3}{2}CD$
   Padahal $AC = AF + CF$

$$AC = \frac{3}{2}CD + \frac{1}{2}CD = 2CD$$

   Jadi, luas segitiga *ABC* adalah 6 satuan luas.

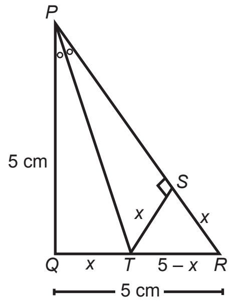
$$\frac{[ABC]}{[CDE]} = \frac{\frac{1}{2}.AC.FB}{\frac{1}{2}.DE.CD}$$

$$\frac{[ABC]}{6} = \frac{\frac{1}{2}.(2CD).\left(\frac{1}{2}DE\right)}{\frac{1}{2}.DE.CD}$$

$$\frac{[ABC]}{6} = 1$$

$$[ABC] = 6$$

5. *Perhatikan gambar berikut ini!*



Misalkan panjang QT = x cm. Bisa dibuktikan bahwa segitiga PQT kongruen dengan segitiga PTS. Akibatnya panjang PS = 5 cm dan TS = x cm. Karena segitiga PQR siku-siku sama kaki maka besar $\angle QRP = 45°$.
Perhatikan segitiga TSR !
Karena sudut TSR siku-siku maka $\angle STR = 45°$. Tidak lain segitiga TSR siku-siku sama kaki sehingga panjang SR = x cm.
Pada segitiga PQR dengan menggunakan teorema Pythagoras diperoleh

$$\begin{aligned} PR &= \sqrt{PQ^2 + QR^2} \\ &= \sqrt{5^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{25 + 25} \\ &= \sqrt{50} \\ &= 5\sqrt{2} \text{ cm} \end{aligned}$$

$$RS = PR - PS = 5\sqrt{2} - 5 = 5\left(\sqrt{2} - 1\right) \text{ cm}$$
$$QT = x = 5\left(\sqrt{2} - 1\right) \text{ cm}$$

Jadi, panjang sisi QT adalah $5\left(\sqrt{2} - 1\right)$ cm

6. Karena $CBEF$ adalah persegi dengan panjang rusuk 5 cm, maka $BC = BE = EF = FC$ = 5 cm.
Perhatikan bahwa $\triangle EFC \sim \triangle DFE$, sehingga dengan menggunakan konsep kesebangunan diperoleh

$$\frac{EF}{DF} = \frac{FC}{FE}$$
$$\frac{5}{DF} = \frac{5}{5}$$
$$DF = 5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas } EFC &= \frac{1}{2} \times FC \times EF \\ &= \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \\ &= \frac{25}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas DFE} &= \frac{1}{2} \times EF \times DF \\ &= \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \\ &= \frac{25}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas daerah yang diarsir} &= \text{Luas } EBFC - \left(\text{L}.EFC + \text{L}.DFE\right) \\ &= \left(10 \times 5\right) - \left(\frac{25}{2} + \frac{25}{2}\right) \\ &= 50 - \frac{50}{2} \\ &= 50 - 25 \\ &= 25 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Jadi, luas daerah yang diarsir adalah 25 cm^2 .

7. jumlah keliling kedua bangun tersebut adalah 273 cm.

8. Perhatikan $\triangle HIG$ dan $\triangle GJF$. Kedua segitiga tersebut merupakan segitiga yang sebangun, sehingga dengan menggunakan konsep kesebangunan diperoleh

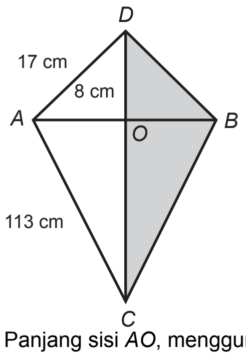
$$\frac{HI}{GJ} = \frac{GI}{FJ}$$
$$\frac{5}{9} = \frac{4}{FJ}$$
$$\begin{aligned} FJ &= \frac{9 \times 4}{5} \\ &= 7{,}2 \text{ cm} \end{aligned}$$

Karena panjang sisi FJ = *7,2* cm, maka panjang masing-masing sisi bangun *I* adalah $CD = DE = EF = FC$ = 9 + 7,2 = 16,2.
Sehingga diperoleh luas untuk masing-masing bangun adalah

$$\text{Luas I} = 16{,}2 \times 16{,}2 = 262{,}44 \text{ cm}^2$$
$$\text{Luas II} = 9 \times 9 = 81 \text{ cm}^2$$
$$\text{Luas III} = 5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$$
$$\text{Luas IV} = \frac{1}{2} \times 9 \times 7{,}2 = 32{,}4 \text{ cm}^2$$
$$\text{Luas V} = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10 \text{ cm}^2$$

Luas seluruh bangun
$= 262{,}44 + 81 + 25 + 32{,}4 + 10 = 400{,}84 \text{ cm}^2$.
Jadi, luas bangun $ADEFH$ adalah $400{,}84 \text{ cm}^2$.

9. *Perhatikan gambar berikut!*



Panjang sisi AO, menggunakan teorema Pythagoras

$$\begin{aligned} AO &= \sqrt{AD^2 - DO^2} \\ &= \sqrt{17^2 - 8^2} \\ &= \sqrt{289 - 64} \\ &= \sqrt{225} \\ &= 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

Mencari panjang sisi *CO*, dengan menggunakan teorema Pythagoras diperoleh

$$
\begin{aligned}
CO &= \sqrt{AC^2 - AO^2}\\
&= \sqrt{113^2 - 15^2}\\
&= \sqrt{12.769 - 225}\\
&= \sqrt{12.544}\\
&= 112 \text{ cm}
\end{aligned}
$$

Karena segitiga *AOD* dan *BOD* kongruen maka panjang sisi *AO* = *OB* = 15 cm.
Bangun *BCD* adalah sebuah segitiga dengan panjang alasnya adalah $DO + OC = 8 + 112 = 120$ cm dan tinggi OB = 15 cm, sehingga

$$
\begin{aligned}
\text{luas } BCD &= \frac{1}{2} \times 120 \times 15\,.\\
&= 900 \text{ cm}^2
\end{aligned}
$$

Jadi, luas bangun *BCD* adalah 900 cm^2 .

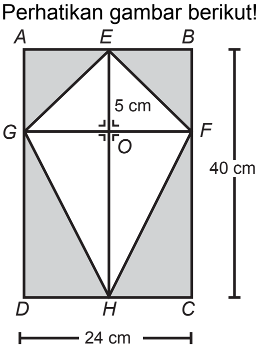
10. Diketahui panjang sisi *CD* = 24 cm sehingga *GO* = *OF* = 12 cm.
Perhatikan bahwa $\triangle EOG \cong \triangle EOF$.
Karena *EO* = 5 cm dan *GO* = *OF* = 12 cm, maka dengan menggunakan teorema Pythagoras diperoleh

$$
\begin{aligned}
EG &= \sqrt{GO^2 + EO^2}\\
&= \sqrt{12^2 + 5^2}\\
&= \sqrt{144 + 25}\\
&= \sqrt{169}\\
&= 13 \text{ cm}
\end{aligned}
$$

Perhatikan bahwa $\triangle HOG \cong \triangle HOF$.
Diketahui *BC* = 40 cm dan *EO* = 5 cm, maka $OH = BC - EO = 40 - 5 = 35$ cm .
Karena *EO* = 5 cm dan *OH* = 35 cm, maka dengan menggunakan teorema Pythagoras diperoleh

$$
\begin{aligned}
GH &= \sqrt{GO^2 + OH^2}\\
&= \sqrt{12^2 + 35^2}\\
&= \sqrt{144 + 1225}\\
&\ \sqrt{1369}\\
&\ 37 \text{ cm}
\end{aligned}
$$

Perhatikan gambar berikut!



Luas $(GAE + EBF + FCH + HDG)$ ditunjukkan pada daerah yang diarsir sehingga luas $(GAE + EBF + FCH + HDG)$ sama saja dengan menghitung Luas $ABCD$ – Luas $EFGH$.

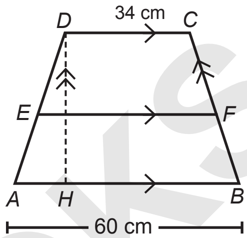
Luas $ABCD = BC \times CD = 40 \times 24 = 960 \text{ cm}^2$

Luas $EFGH = \frac{1}{2} \times GF \times EH = \frac{1}{2} \times 24 \times 40 = 480 \text{ cm}^2$

Luas daerah yang diarsir $= 960 - 480 = 480 \text{ cm}^2$

Karena $\triangle EOG \cong \triangle EGF$ dan $\triangle GOH \cong \triangle FOH$, maka *GE* = *EF* = 13 cm dan *FH* = *HG* = 37 cm. Sehingga keliling $EFGH = EF + FH + HG + GE = 13 + 13 + 37 + 37 = 100$ cm.
Jadi, luas $(GAE + EBF + FCH + HDG)$ dan keliling *EFHG* berturut-turut adalah 480 cm^2 dan 100 cm

11. Diketahui:

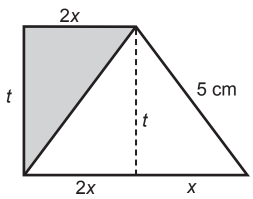


Garis *DH* sejajar garis *BC*. $AB = 60$ cm dan $HB = 34$ cm sehingga $AH = 60 - 34 = 26$ cm.

$$
\begin{aligned}
\frac{DE}{DA} &= \frac{EG}{AH}\\
\frac{2}{5} &= \frac{EG}{26}\\
EG &= \frac{26 \times 2}{5}\\
&= 10{,}4 \text{ cm}\\
EF &= EG + GF\\
&= 10{,}4 + 34\\
&= 44{,}4 \text{ cm}
\end{aligned}
$$

Jadi, panjang *EF* adalah 44,4 cm

12. Diketahui:



Mencari nilai t dengan menggunakan teorema Pythagoras.

$$
\begin{aligned}
t &= \sqrt{5^2 - x^2}\\
&= \sqrt{25 - x^2}\\
K &= 2x + 5 + 3x + t\\
24 &= 5 + 5x + t\\
19 &= 5x + t\\
5x &= 19 - t\\
x &= \frac{19 - t}{5}
\end{aligned}
$$

$$L = \frac{1}{2}(2x + 3x)t$$
$$30 = \frac{1}{2}(5x)t$$
$$5xt = 60$$
$$xt = 12$$
$$\left(\frac{19-t}{5}\right)t = 12$$
$$19t - t^2 = 60$$
$$t^2 - 19t + 60 = 0$$
$$(t-15)(t-4) = 0$$
$$t = 15 \text{ atau } t = 4$$

Karena xt = 12, maka nilai t yang memenuhi adalah 4
Sehingga

$$xt = 12$$
$$x4 = 12$$
$$x = \frac{12}{4}$$
$$= 3$$

$$L_{\text{daerah yang diarsir}} = \frac{1}{2} \times 2x \times t$$
$$= \frac{1}{2} \times (2.3) \times 4$$
$$= 12 \text{ cm}^2$$

Jadi, luas daerah yang diarsir adalah 12 cm^2 .

13. dengan menggunakan teorema Pythagoras diperoleh

$$OC = \sqrt{CD^2 - OD^2}$$
$$= \sqrt{15^2 - 9^2}$$
$$= \sqrt{225 - 81}$$
$$= \sqrt{144}$$
$$= 12 \text{ cm}$$

Sehingga diperoleh
panjang *DF* = *OD* + *OF* = 9 + 9 = 18 cm
panjang *CE* = *OC* + *OE* = 12 + 12 = 24 cm
Alas jajar genjang ditunjukkan oleh garis *AD* sedangkan tingginya sama dengan nilai *OD*.
Luas layang-layang

$$L_{\text{layang-layang}} = \frac{1}{2} \times DF \times CE$$
$$= \frac{1}{2} \times 18 \times 24$$
$$= 216 \text{ cm}^2$$

Luas Jajar Genjang

$$L_{\text{jajar genjang}} = AD \times OD$$
$$= 20 \times 9$$
$$= 180 \text{ cm}^2$$

Selisih luas layang-layang dan jajar genjang
$216 - 180 = 36 \text{ cm}^2$.
Jadi, selisih luas bangun tersebut adalah 36 cm^2 .

14. Pada segitiga *ABC* terdapat tiga pasang segitiga yang kongruen yaitu,

$\triangle APE \cong \triangle BPD$
$\triangle ABE \cong \triangle BAD$
$\triangle ADC \cong \triangle BEC$

Dari gambar, diketahui bahwa panjang AE = 3 cm, *BD* = 3 cm , *AB* = 12 cm dan *CD* = 7 cm.
Karena $\triangle ADC \cong \triangle BEC$, maka panjang *CD* = *CE* sehingga *AC* = *BC* = 7 + 3 = 10 cm.
Mencari tinggi segitiga

$$t = \sqrt{10^2 - 6^2}$$
$$= \sqrt{100 - 36}$$
$$= \sqrt{64}$$
$$= 8 \text{ cm}$$

Luas ABC
L = (1/2) × 12 × 8
= 48 cm^2

$$K = AB + BC + CA$$
$$= 12 + 10 + 10$$
$$= 32 \text{ cm}$$

Jadi, luas dan keliling ABC adalah 48 cm^2 dan 32 cm.

15. Diketahui: BH = 2 cm, BC = 6 cm, AB = 6 cm, dan *ED* = 4 cm.

$$\frac{AB}{EC} = \frac{BH}{BC}$$
$$\frac{6}{4 + DC} = \frac{2}{6}$$
$$4 + DC = \frac{6 \times 6}{2}$$
$$4 + DC = 18$$
$$DC = 14 \text{ cm}$$

$$\frac{BH}{BC} = \frac{GH}{DC}$$
$$\frac{2}{6} = \frac{GH}{14}$$
$$GH = \frac{2 \times 14}{6}$$
$$= \frac{14}{3} \text{ cm}$$

Jadi, panjang *DC* = 14 cm dan *GH* = $\frac{14}{3}$ cm .

I. Pilihan ganda

1.	b	6.	a	11.	a	16.	b	21.	a	26.	a	31.	d	36.	b	41.	a	46.	b
2.	b	7.	c	12.	b	17.	d	22.	b	27.	a	32.	c	37.	b	42.	a	47.	a
3.	c	8.	b	13.	b	18.	d	23.	a	28.	d	33.	b	38.	b	43.	c	48.	c
4.	a	9.	c	14.	a	19.	a	24.	b	29.	c	34.	b	39.	a	44.	c	49.	a
5.	c	10.	a	15.	a	20.	b	25.	c	30.	c	35.	a	40.	a	45.	c	50.	b

II. Isian

1. $48\pi \text{ cm}^2$
2. 6 cm
3. 7 cm
4. 1.540 cm^3
5. 3 cm
6. 770 cm^3
7. 704 cm^2
8. $301{,}44 \text{ cm}^2$
9. $266{,}9 \text{ cm}^2$
10. $50{,}24 \text{ cm}^3$
11. 70 cm
12. 8 cm
13. 2.464 m^2
14. 7 cm
15. $116\pi \text{ cm}^2$
16. $972\pi \text{ cm}^3$
17. 8 : 1
18. $771{,}5\pi \text{ cm}^3$
19. 60 cm^2
20. $\frac{4}{3}\pi r^2 t$

III. Uraian

1. Diketahui: $t_{\text{tabung}} = 20 \text{ cm}$

   $r_{\text{tabung}} = 14 \text{ cm}$

   $r_{\text{gelas kaca}} = 3{,}5 \text{ cm}$

   $t_{\text{gelas kaca}} = 8 \text{ cm}$

   - Mencari volume air dalam tabung sebelum dimasuki gelas kaca.

     $$\begin{aligned} V_{\text{air}} &= \pi r^2 t \\ &= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 20 \\ &= 12.320 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

   - Mencari volume 6 gelas kaca yang dimasukkan ke dalam tabung.

     $$\begin{aligned} V_{6\text{ gelas kaca}} &= 6\pi r^2 t \\ &= 6 \times \frac{22}{7} \times 3{,}5 \times 3{,}5 \times 8 \\ &= 1.848 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

   - Volume gabungan air dan gelas kaca.

     $12.320 + 1.848 = 14.168 \text{ cm}^3$

   - Mencari tinggi air setelah gelas kaca dimasukkan dalam tabung.

     $$\begin{aligned} V &= 14.168 \\ \pi r^2 t &= 14.168 \\ \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times t_{\text{air}} &= 14.168 \\ 616 \times t_{\text{air}} &= 14.168 \\ t_{\text{air}} &= 23 \text{ cm} \end{aligned}$$

   Jadi, tinggi air dalam tabung setelah dimasukkan 6 gelas kaca adalah 23 cm.

2. tebal ubin keramik tersebut adalah 0,7 cm.

3. Diketahui: (1) $V_n - V_{n+1} = aL_n$

   (2) $\dfrac{V_n - V_{n+1}}{R_n - R_{n+1}} = kL_n$

   (3) $V_1 = \dfrac{27}{64} V_0$

   Kemudian, perhatikan kembali

   (1) $V_n - V_{n+1} = aL_n$

   $$L_n = \frac{V_n - V_{n+1}}{a}$$

   (2) $\dfrac{V_n - V_{n+1}}{R_n - R_{n+1}} = kL_n$

   $$\begin{aligned} \frac{V_n - V_{n+1}}{R_n - R_{n+1}} &= k\left(\frac{V_n - V_{n+1}}{a}\right) \\ \frac{1}{R_n - R_{n+1}} &= k\left(\frac{1}{a}\right) \\ R_n - R_{n+1} &= \frac{a}{k} \end{aligned}$$

   Selanjutnya, perhatikan untuk setiap nilai *n*, untuk *n* = 1, diperoleh:

   $$\begin{aligned} R_n - R_{n+1} &= \frac{a}{k} \\ R_1 - R_2 &= \frac{a}{k} \\ \frac{3}{4}R_0 - R_2 &= \frac{a}{k} \quad \left(\text{karena } V_1 = \frac{27}{64}V_0, \text{ maka } R_1 = \frac{3}{4}R_0\right) \\ R_2 &= \frac{3R_0 - 4a}{4k} \end{aligned}$$

Untuk n = 2, diperoleh

$$R_n - R_{n+1} = \frac{a}{k}$$
$$R_2 - R_3 = \frac{a}{k}$$
$$\frac{3R_0 - 4a}{4k} - R_3 = \frac{a}{k}$$
$$R_3 = \frac{3R_0 - 2(4a)}{4k}$$

Untuk n = 3, diperoleh

$$R_n - R_{n+1} = \frac{a}{k}$$
$$R_3 - R_4 = \frac{a}{k}$$
$$\frac{3R_0 - 2(4a)}{4k} - R_4 = \frac{a}{k}$$
$$R_4 = \frac{3R_0 - 3(4a)}{4k}$$

Untuk n = 4, diperoleh

$$R_n - R_{n+1} = \frac{a}{k}$$
$$R_4 - R_5 = \frac{a}{k}$$
$$\frac{3R_0 - 3(4a)}{4k} - R_5 = \frac{a}{k}$$
$$R_5 = \frac{3R_0 - 4(4a)}{4k}$$

Dan seterusnya.

Dengan demikian untuk menentukan nilai h, tinggal kita tentukan sebarang nilai R_0, a, dan k dengan syarat $R_1 = \frac{3}{4}R_0$.

Contoh 1: untuk nilai R_0 = 16, a = 2, dan k = 4, maka

$R_1 = 12, R_2 = 2{,}5, R_3 = 2, R_4 = 1{,}5, R_5 = 1, R_6 = 0{,}5, R_7 = 0.$

Jadi, dalam kondisi seperti ini bola es mencair keseluruhannya tepat pada h = 7 detik.

Contoh 2: untuk nilai R_0 = 12, a = 1, dan k = 2, maka

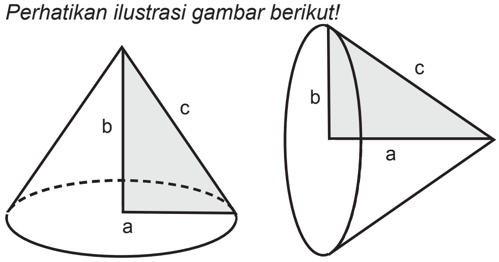
$R_1 = 9, R_2 = 4, R_3 = 3{,}5, R_4 = 3, R_5 = 2{,}5, R_6 = 2, R_7 = 1{,}5,$
$R_8 = 1, R_9 = 0{,}5$ dan $R_{10} = 0$

Jadi, dalam kondisi seperti ini bola es mencair keseluruhannya tepat pada h = 10 detik.

Dan seterusnya.

4. biaya yang harus dikeluarkan untuk membuat tenda-tenda tersebut adalah Rp30.615.000,00.

5. *Perhatikan ilustrasi gambar berikut!*



$$V_i = \frac{1}{3}\pi a^2 b \quad \text{dan} \quad V_{ii} = \frac{1}{3}\pi b^2 a$$

Kemudian mencari pola penyelesaian dari hubungan kedua volume kerucut tersebut, yakni sebagai berikut.

$$\frac{V_i}{V_{ii}} = \frac{\cancel{1/3}\,\pi a^2 b}{\cancel{1/3}\,\pi b^2 a}$$
$$\frac{392\pi}{1.344\pi} = \frac{\cancel{1/3}\,\pi a(ab)}{\cancel{1/3}\,\pi b(ab)}$$
$$\frac{7}{24} = \frac{a}{b}$$

Artinya bahwa nilai a = 7n dan b = 24n dengan n bilangan bulat.

Kemudian mencari nilai n dengan cara mensubtitusikan ke salah satu volume gambar (i) atau (ii), yakni sebagai berikut.

$$V_i = \frac{1}{3}\pi a^2 b$$
$$392\pi = \frac{1}{3}\pi(7n)^2(24n)$$
$$392 = (7n)^2(8n)$$
$$392 = 392n^3$$
$$n = 1$$

Dengan demikian, panjang a = 7(1) = 7 cm dan b = 24(1) = 24 cm. Dengan menggunakan teorema Pythagoras diperoleh nilai c, yaitu

$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{7^2 + 24^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$ cm

Jadi, panjang sisi miring segitiga siku-siku tersebut adalah 25 cm.

6. Selisih harga per satu bola basket antara harga pabrik dan pemesan adalah Rp10.000,00.

7. Diketahui: Luas tutup bak mandi berbentuk lingkaran = 1.256 cm^2.

   Untuk mengisi 1 liter air membutuhkan waktu 8 detik

   - Mencari jari-jari bola dari luas tutup bak mandi yang diketahui.

$$\text{Luas tutup bak mandi} = 1.256$$
$$\pi r^2 = 1.256$$
$$3{,}14 r^2 = 1.256$$
$$r^2 = 400$$
$$r = 20 \text{ cm}$$

   - Mencari volume bak mandi

$$V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$
$$= \frac{2}{3} \times 3{,}14 \times 20 \times 20 \times 20$$
$$= 16.746{,}666$$
$$\approx 16.746 \text{ cm}^3 = 16{,}746 \text{ liter}$$

   - Waktu yang diperlukan untuk mengisi bak mandi
$16{,}746 \text{ liter} \times 8 \text{ detik} = 133{,}968 \approx 134 \text{ detik}$.

Jadi, waktu yang dibutuhkan untuk memenuhi bak mandi tersebut adalah 134 detik.

8. Dari pernyataan soal tersebut jelas bahwa volume air yang dituang ke dalam akuarium sama dengan volume dari potongan bola.

- Mencari volume air dalam akuarium.

$$\begin{aligned}V_{air} &= \frac{1}{2}V_{bola}\\ &= \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi r^3\\ &= \frac{2}{3}\times\pi\times 12\times 12\times 12\\ &= 1.152\pi \text{ cm}^3\end{aligned}$$

Mencari tinggi air dalam akuarium.

$$\begin{aligned}V_{air} &= \pi r^2 t\\ 1.152\pi &= \pi\times 16\times 16\times t\\ 1.152\pi &= 256\pi t\\ t &= 4{,}5 \text{ cm}\end{aligned}$$

Jadi, tinggi air dalam akuarium tersebut adalah 4,5 cm.

9. Diketahui: $t_{tabung} = 40$ cm , $d_{tabung} = d_{bola} = 24$ cm , $r_{tabung} = r_{bola} = 12$ cm

- Mencari volume tabung.

$$\begin{aligned}V_{tabung} &= \pi r^2 t\\ &= \pi\times 12^2\times 40\\ &= 5.760\pi \text{ cm}^3\end{aligned}$$

- Mencari volume setengah bola.

$$\begin{aligned}V_{\frac{1}{2}bola} &= \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\pi r^3\\ &= \frac{2}{3}\pi\times 12^3\\ &= 1.152\pi \text{ cm}^3\end{aligned}$$

- Volume gabungan.

$1.152\pi + 5.760\pi = 6.912\pi$ cm^3 .

Jadi, volume bangun tersebut adalah 6.912π cm^3

10. Diketahui: *AC* = 20 cm = diameter tabung dan kerucut.
AO = OC = 10 cm = jari-jari tabung dan kerucut.
EC = 12 cm = tinggi tabung, dan tinggi kerucut $\frac{3}{2}$ tinggi tabung sehingga tinggi kerucut = 18 cm.

$t_{\text{tabung setelah ditambah 4 cm}} = 12 + 4 = 16$ cm

- Mencari volume tabung.

$$\begin{aligned}V_{tabung} &= \pi r^2 t\\ &= \pi\times 10^2\times 12\\ &= 1.200\pi \text{ cm}^3\end{aligned}$$

- Mencari volume kerucut.

$$\begin{aligned}V_{kerucut} &= \frac{1}{3}\pi r^2 t\\ &= \frac{1}{3}\times\pi\times 10^2\times 18\\ &= 600\pi \text{ cm}^3\end{aligned}$$

- Volume gabungan.

$1.200\pi + 600\pi = 1.800\pi$ cm^3

- Mencari volume tabung jika tingginya ditambah 4 cm.

$$\begin{aligned}V_{tabung} &= \pi r^2 t\\ &= \pi\times 10^2\times 16\\ &= 1.600\pi \text{ cm}^3\end{aligned}$$

- Volume gabungan jika tinggi tabung ditambah 4 cm.

$1.600\pi + 600\pi = 2.200\pi$ cm^3

- Perubahan volume setelah tinggi tabung ditambah 4 cm.

$2.200\pi - 1.800\pi = 400\pi$ cm^3

Jadi, perubahan volume bangun tersebut jika tinggi tabung ditambah 4 cm adalah 400π cm^3

11. Misalkan:
d_1: diameter kerucut mula-mula
d_2: diameter kerucut setelah diperbesar

Diketahui: $d_1 = d$ $r_1 = r$
$d_2 = 3d$ $r_2 = 2r$

Volume mula-mula $= 36$ cm^3

$$\text{Volume mula-mula} = \frac{1}{3}\times\pi\times r_1^2\times t_1$$

$$\begin{aligned}36 &= \frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{d_1}{2}\right)^2\times t_1\\ 36 &= \frac{1}{3}\times\pi\times\frac{d^2}{4}\times t\\ 36 &= \frac{1}{12}\times\pi\times d^2\times t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Volume setelah diperbesar} &= \frac{1}{3}\times\pi\times r_2^2\times t_2\\ &= \frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{3d}{2}\right)^2\times 2t\\ &= \frac{1}{3}\times\pi\times\frac{9d^2}{4}\times 2t\\ &= \frac{18}{12}\times\pi\times d^2\times t\\ &= 18\left(\frac{1}{12}\times\pi\times d^2\times t\right)\\ &= 18(36)\\ &= 648 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

Perubahan volume $= 648 - 36 = 612$ cm^3

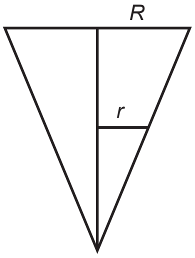
Jadi, perubahan volume kerucut adalah 612 cm^3 .

12. Diketahui: d = 30 cm r = 15 cm
t = 40 cm

$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan tabung} &= 2\times\pi\times r\left(r+t\right)\\ &= 2\times 3{,}14\times 15\left(15+40\right)\\ &= 94{,}2\left(55\right)\\ &= 5.181\ \text{cm}^2\end{aligned}$$

Jadi, luas seng yang digunakan adalah $5.181\ \text{cm}^2$

13. Diketahui:



$$R : t = r : \frac{1}{2}t$$
$$R = 2r$$

Volume pada ketinggian $\frac{1}{2}t$

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{3}\pi r^2 t\\ 38{,}5 &= \frac{1}{3}\pi r^2\left(\frac{1}{2}t\right)\\ 77 &= \frac{1}{3}\pi r^2 t\end{aligned}$$

Volume benda, jika benda terisi penuh

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{3}\pi R^2 t\\ &= \frac{1}{3}\pi\left(2r\right)^2 t\\ &= 4\left(\frac{1}{3}\pi r^2 t\right)\\ &= 4\left(77\right)\\ &= 308\ \text{liter}\end{aligned}$$

Jadi, volume air yang dibutuhkan untuk memenuhi tempat tersebut adalah 308 liter.

14. Diketahui: Luas permukaan bola $= 90\ \text{cm}^2$

$$\begin{aligned}L_{\text{permukaan tabung}} &= \left(2\times L\bigcirc\right)+\left(K\bigcirc\ \times t_{\text{tabung}}\right)\\ &= \left(2\times\pi\times r^2\right)+\left(2\times\pi\times r\times 2r\right)\\ &= 2\pi r^2+4\pi r^2\\ &= 6\pi r^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}L_{\text{permukaan tabung}} : L_{\text{permukaan bola}} &= 6\pi r^2 : 4\pi r^2\\ &= \frac{6\pi r^2}{4\pi r^2}\\ &= \frac{3}{2}\end{aligned}$$

$$L_{\text{permukaan bola}} = 4\pi r^2$$

$$\begin{aligned}L_{\text{permukaan tabung}} &= \frac{3}{2}\times L_{\text{permukaan bola}}\\ &= \frac{3}{2}\times 90\\ &= 135\ \text{cm}^2\end{aligned}$$

Jadi, seluruh luas permukaan tabung adalah $135\ \text{cm}^2$

15. Diketahui:

$$\begin{aligned}d_{\text{buah melon}} &= 42\ \text{cm}\\ r_{\text{buah melon}} &= 21\ \text{cm}\\ V_{\text{setengah buah melon}} &= \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\pi r^3\\ &= \frac{2}{3}\times\frac{22}{7}\times 21^3\\ &= \frac{2}{\cancel{3}}\times\frac{22}{\cancel{7}}\times\cancel{21}^{3}\times 21\times 21\\ &= 19.404\ \text{cm}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}d_{\text{melon}} - d_{\text{tebal daging buah melon}} &= 42-16\\ &= 26\ \text{cm}\end{aligned}$$

sehingga jari-jari biji melon adalah 13 cm.

$$\begin{aligned}V_{\text{tebal daging setengah buah melon}} &= \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\pi r^3\\ &= \frac{2}{3}\times 3{,}14\times 13^3\\ &= \frac{2}{3}\times 3{,}14\times 2.197\\ &= \frac{13.797{,}16}{3}\\ &= 4.599{,}05\\ &= 4.599\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V_{\text{daging setengah buah melon}} &= 19.404 - 4.599\\ &= 14.805\ \text{cm}^3\end{aligned}$$

Jadi, volume daging buah melon tersebut adalah $14.805\ \text{cm}^3$.

I. Pilihan ganda

1.	b	4.	c	7.	c	10.	b	13.	c	16.	d	19.	c	22.	c	25.	c	28.	c
2.	d	5.	d	8.	c	11.	d	14.	b	17.	a	20.	a	23.	a	26.	b	29.	d
3.	b	6.	c	9.	b	12.	a	15.	b	18.	b	21.	a	24.	a	27.	a	30.	a

II. Isian

1. $47°$
2. 16 cm
3. 6 cm
4. 9 cm
5. 2.024 cm^2
6. 3,5 cm dan 6 cm
7. 320π cm^3
8. 1 : 2
9. $\frac{4.312}{3} cm^3$
10. 1.848 cm^2

III. Uraian

1. Diketahui: panjang sisi *BC* = 32 cm, maka panjang sisi $OC = \frac{32}{2} = 16$ cm
   AC = 65 cm
   FG = 24 cm
   Perhatikan bahwa segitiga *AOC* adalah segitiga siku-siku.
   - Mencari panjang sisi *AO* dengan menggunakan teorema Pythagoras

   $$\begin{aligned} AO &= \sqrt{AC^2 - OC^2} \\ &= \sqrt{65^2 - 16^2} \\ &= \sqrt{4.225 - 256} \\ &= \sqrt{3.969} \\ &= 63 \text{ cm} \end{aligned}$$

   Karena panjang *AO* = 63 cm, maka panjang $AD = 2 \times 63 = 126$ cm .
   Perhatikan bahwa segitiga *AOC* sebangun dengan segitiga *EOG.*
   Diketahui panjang *FG* = 24 cm, maka panjang *OG* = 12 cm.
   - Mencari panjang OE dengan konsep kesebangunan

   $$\frac{EO}{AO} = \frac{OG}{OC}$$
   $$\frac{EO}{63} = \frac{12}{16}$$
   $$\begin{aligned} EO &= \frac{12 \times 63}{16} \\ &= 47{,}25 \text{ cm} \end{aligned}$$

   Karena panjang *EO* = 47,25, maka panjang *EH* = 94,5 cm.
   - Mencari Luas ABCD

   $$\begin{aligned} L.ABCD &= \frac{1}{2} \times BC \times AD \\ &= \frac{1}{2} \times 32 \times 126 \\ &= 2.016 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

   - Mencari Luas EFGH

   $$\begin{aligned} L.EFGH &= \frac{1}{2} \times FG \times GH \\ &= \frac{1}{2} \times 24 \times 94{,}5 \\ &= 1.134 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

   - Mencari luas daerah yang diarsir

   $$\begin{aligned} \text{Luas daerah yang diarsir} &= L.ABCD - L.EFGH \\ &= 2.016 - 1.134 \\ &= 882 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

   Jadi, luas daerah yang diarsir adalah 882 cm^2 .

2. Diketahui: Luas bangun *ABCD* = 210 cm^2
   AO = 17,5 cm
   HC = 2 cm
   - Mencari panjang BC
   Diketahui panjang *AO* = 17,5 cm, maka panjang $AD = 2 \times AO = 2 \times 17{,}5 = 35$ cm .

   $$\begin{aligned} L.ABCD &= \frac{1}{2} \times BC \times AD \\ 210 &= \frac{1}{2} \times BC \times 35 \\ 420 &= BC \times 35 \\ BC &= \frac{420}{35} \\ &= 12 \text{ cm} \end{aligned}$$

   Karena panjang *BC* = 12 cm, maka panjang $OB = OC = 6$ cm .
   Diketahui *HC* = 2 cm,
   maka $OH = OC - HC = 6 - 2 = 4$ cm .
   Sehingga panjang $HL = 2 \times OH = 2 \times 4 = 8$ cm .
   Jadi, panjang rusuk persegi *EGIK* 8 cm.
   Mencari luas EGIK
   $L.EGIK = 8^2 = 64 \text{ cm}^2$
   Jadi, luas bangun *EGIK* adalah 64 cm^2 .

3. Diketahui: $EFG \cong HFI$
   EPB ~ EFG
   FG = 7 cm

- Mencari panjang rusuk persegi ABCD

$$\text{Keliling } ABCD = 4\times\text{panjang rusuk}$$
$$56 = 4\times\text{panjang rusuk}$$
$$\text{panjang rusuk} = \frac{56}{4} = 14\text{ cm}$$

Sehingga panjang FR = FQ = 7 cm.
Panjang *RH* = 5 cm,
maka panjang *FH* = $7+5=12$ cm

- Mencari luas daerah yang diarsir

$$L = 2\times\frac{1}{2}\times EF\times FG = 12\times12 = 144\text{ cm}^2$$

Jadi, luas daerah yang diarsir adalah 144 cm^2.

4. Diketahui bahwa panjang *BD* = 26 cm, *BF* = 2 cm, *BC* = 10 cm, dan *DE* = 12 cm. Dari hal yang diketahui tersebut, diperoleh panjang sisi $DF = BD - BF = 26-2 = 24$ cm.
Perhatikan bahwa segitiga *ACB* sebangun dengan segitiga *FDE*.

- Mencari panjang sisi AC dengan menggunakan konsep kesebangunan

$$\frac{BC}{DE} = \frac{AC}{FD}$$
$$\frac{10}{12} = \frac{AC}{24}$$
$$AC = \frac{10\times24}{12}$$
$$AC = 20\text{ cm}$$

- Mencari luas segitiga ACB

$$L = \frac{1}{2}\times BC\times AC = \frac{1}{2}\times10\times20 = 100\text{ cm}^2$$

- Mencari luas segitiga FDE

$$L = \frac{1}{2}\times DE\times FD = \frac{1}{2}\times12\times24 = 144\text{ cm}^2$$

- Luas daerah yang diarsir
$100+144 = 244\text{ cm}^2$.

Jadi, luas daerah yang diarsir adalah 244 cm^2..

5. Dari gambar diberikan, diketahui bahwa panjang sisi *AB* = 20 m dan *CD* = 32 m, maka panjang sisi $CE = CD - AB = 32-20 = 12$ m.
Panjang sisi *FG* = 10 m dan *HI* = 12 m, maka panjang sisi $HJ = HI - FG = 12-10 = 2$ m
Perhatikan bahwa segitiga *GHJ* sebangun dengan segitiga *BCE*.

- Mencari panjang sisi HJ dengan menggunakan konsep kesebangunan

$$\frac{GJ}{BE} = \frac{HJ}{CE}$$
$$\frac{7}{BE} = \frac{2}{12}$$
$$BE = \frac{7\times12}{2}$$
$$BE = 42\text{ cm}$$

- Luas daerah yang diarsir

$$L = \frac{1}{2}\times CE\times BE = \frac{1}{2}\times12\times42 = 252\text{ cm}^2$$

Jadi, luas daerah yang diarsir adalah 252 cm^2.

6. Diketahui: $r_{\text{galon}} = 10$ cm

$$t_{\text{galon}} = 60\text{ cm}$$
$$t_{\text{botol}} = 40\text{ cm lebih pendek dari tinggi galon} = 60-40 = 20\text{ cm}$$
$$V_{\text{botol}} = 770\text{ cm}^3$$

- Mencari volume galon

$$V_{\text{galon}} = \pi r^2 t = 3{,}14\times10\times10\times60 = 18.840\text{ cm}^3$$

- Mencari panjang jari-jari botol

$$V_{\text{botol}} = \pi r^2 t$$
$$770 = \frac{22}{7}\times r^2\times20$$
$$5.390 = 440\ r^2$$
$$r^2 = 12{,}25$$
$$r = 3{,}5\text{ cm}$$

- Mencari banyak botol yang dibutuhkan
$\frac{18.840}{770} = 24{,}46 \approx 25$ (jika hanya 24 botol masih ada air yang tersisa di galon sehingga dibulatkan ke atas)

Jadi, panjang jari-jari botol 3,5 cm dan membutuhkan 25 botol untuk memindahkan air galon sampai tidak ada air yang tersisa.

7. Diketahui: karton berukuran $30\text{ cm}\times12\text{ cm}$
$r_{\text{tabung}} = t_{\text{tabung}} = 5$ cm

- Mencari luas permukaan karton
$30\times12 = 360\text{ cm}^2$
- Mencari luas selimut tabung (karena tabung yang akan dibuat adalah tabung tanpa alas dan tutup)
$L_{\text{selimut tabung}} = 2\pi rt = 2\times3{,}14\times5\times5 = 157\text{ cm}^2$
- Banyak tabung yang bisa dibuat

$\frac{360}{157} = 2{,}3 \approx 2$ (jika dibulatkan ke atas, karton yang digunakan tidak cukup)

Jadi, banyak tabung yang bisa dibuat Raka adalah 2 buah.

8. Diketahui: $r = 5$ cm , $t = 12$ cm
   - Mencari panjang garis pelukis

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{r^2 + t^2} \\ &= \sqrt{5^2 + 12^2} \\ &= \sqrt{25 + 144} \\ &= \sqrt{169} \\ &= 13 \text{ cm} \end{aligned}$$

   - Mencari luas permukaan kerucut

$$\begin{aligned} L &= \pi r(r + s) \\ &= 3{,}14 \times 5(5 + 13) \\ &= 15{,}7(18) \\ &= 282{,}6 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

   - Biaya yang dibutuhkan

$282{,}6 \times \text{Rp}750{,}00 \times 3 = \text{Rp}635.850{,}00$

Jadi, biaya yang dibutuhkan untuk membuat 3 buah topi petani adalah Rp635.850,00

9. Diketahui: $d_{bola} = d_{tabung} = d_{kerucut} = 28$ cm

$r_{bola} = r_{tabung} = r_{kerucut} = 14$ cm

$t_{tabung} = 21$ cm

$t_{kerucut} = 36 - 21 = 15$ cm

   - Mencari volume kerucut

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}\pi r^2 t \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 15 \\ &= 3.080 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

   - Mencari volume tabung

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 t \\ &= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 21 \\ &= 12.936 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

   - Mencari volume setengah bola

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 14 \\ &= 5.749{,}3 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

   - Mencari volume gabungan

$V_{bangun} = 3.080 + 12.936 + 5.749{,}3 = 21.765{,}3 \text{ cm}^2$

Jadi, volume bangun tersebut adalah $21.765{,}3 \text{ cm}^2$.

10. Diketahui: $r_{tabung} = 7$ cm

$t_{tabung} = 14$ cm

Berisi air sebanyak $\frac{3}{4}$ bagian

$r_{bola} = 6$ cm sebanyak 2 buah

   - Mencari volume tabung

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 t \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 14 \\ &= 2.156 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Terisi air $\frac{3}{4}$ bagian $= \frac{3}{4} \times 2.156 = 1.617 \text{ cm}^3$

   - Mencari volume bola

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times 6 \times 6 \times 6 \\ &= 904{,}32 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$904{,}32 \times 2 = 1.808{,}64 \text{ cm}^3$

   - Air yang tumpah

$1.808{,}64 - 1.617 = 191{,}64 \text{ cm}^3$

Jadi, air yang tumpah dari dalam tabung adalah $191{,}64 \text{ cm}^3$.

Catatan